



Modelování elektromagnetického pole pro simulaci koagulace jater

Computational Modelling of Electromagnetic Field for
Simulation of Liver Coagulation

Student: **Bc. Adam Pušćák**
Vedoucí diplomové práce: **Ing. Jan Szweda, Ph.D.**



Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Adam Pušćák**
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: 3901T003 Aplikovaná mechanika
Téma: **Modelování elektromagnetického pole pro simulaci koagulace jater**
Computational Modelling of Electromagnetic Field for Simulation of Liver Coagulation

Zásady pro vypracování:

1. Studie numerického modelování elektromagnetického pole
2. Diskuze konstitučních rovnic a získání potřebných materiálových konstant
3. Realizace numerických simulací vhodným výpočtovým modelem
4. Korespondence elektromagnetického a teplotního pole
5. Diskuze výsledků s ohledem na návrh tvaru chirurgického nástroje

Seznam doporučené odborné literatury:


1. ANSYS, Inc. *ANSYS Release 11 Documentation*. SAP IP, Inc., 2007. V elektronické podobě dostupné jako součást instalace programu ANSYS 11.
2. MYSLÍK, J. *Elektromagnetické pole - základy teorie*. Praha : BEN-Technická literatura, 2002.
3. MAYER, D., ULRYCH, B. *Základy numerického řešení elektrických a magnetických polí*. Praha : SNTL, 1988.
4. BRONZINO, J.D. et al. *The biomedical engineering handbook*. Boca Raton : CRC Press, 1995.
5. WEBSTER, J.-G. *Medical instrumentation: application and design*. Hoboken (USA) : Wiley, 1998. ISBN 0-471-15368-0.
6. KOLÁŘ, V., NĚMEC, I., KANICKÝ, V. *FEM : Principy a praxe metody konečných prvků*. 1. vyd. Praha : Computer Press, 1997. 401 s. ISBN 80-7226-021-9.


Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Jan Szweda, Ph.D.**

Datum zadání: 02.12.2009
Datum odevzdání: 21.05.2010



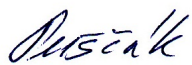

doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.
vedoucí katedry


prof. Ing. Radim Farana, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě19.5.2010.....

.....
.....
podpis studenta

Prohlašuji, že:

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci, obsažené v Záznamu o závěrečné práci, umístěném v příloze mé kvalifikační práce, budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě19.5.2010.....

.....Adam Dušák.....
plné jméno autora práce

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Citov 105

75103 Brodek u Přerova

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

Puščák, A. *Modelování elektromagnetického pole pro simulaci koagulace jater : diplomová práce*. Ostrava, VŠB - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2010, 52 s. Vedoucí práce: Szweda, J.

Diplomová práce se zabývá problematikou simulace koagulace lidských jater. Podstatným jevem je vzniklé elektromagnetické pole v okolí elektrod. V úvodu je uvedena teorie vlastností jaterní tkáně, následuje numerický popis elektromagnetického pole elektrod. Na základě získaných poznatků a potřebných informací o složení jaterní tkáně je provedena zmíněná simulace koagulace. Diplomová práce by měla být přínosem pro bližší zkoumání chování jaterní tkáně a dále pro optimalizaci vhodných nástrojů určených ke spalování.

ANNOTATION OF MASTER THESIS

Puščák, A. *Computational Modelling of Electromagnetic Field for Simulation of Liver Coagulation : master thesis*. Ostrava, VŠB - Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, 2010, 52 p. Thesis Supervisor: Szweda, J.

Master thesis is engaged in problematics of coagulation simulating of human liver. Essential effect is incurred electromagnetic field round about electrodes. Theory of properties liver tissue is brought in introduction, numerical description of electromagnetic field of electrodes is following. Base on acquried knowledge and useful information about constituion of liver tissue is implemented mentioned simulation of coagulation. Master thesis should be benefit for nearer behaviour research liver tissue and then for optimalization acceptable instrument intended to coagulation.

Obsah

Seznam použitých značek a symbolů	8
Úvod	10
1 Lidská játra	11
1.1 Tvar a poloha jater	12
1.2 Stavba jater	12
1.3 Elektrický odpor lidských jater	13
1.3.1 Experimentální měření	13
1.3.2 Průběh experimentálního měření	15
1.3.3 Výsledné určení elektrického odporu	16
2 Spojitý matematický model elektromagnetického pole	19
2.1 Teoretický rozbor problematiky	19
2.2 Rovnice pro elektromagnetické pole	21
2.3 Rovnice stacionárního elektrického a magnetického pole	22
2.3.1 Aplikace vektorového potenciálu pro dvojrozměrný prostor	24
2.3.2 Aplikace vektorového potenciálu pro trojrozměrný prostor	25
2.4 Hraniční podmínky	26
2.4.1 Okrajové podmínky	26
2.4.2 Podmínky přechodu	27
3 Elektromagnetická analýza	30
3.1 Zařízení a nástroje pro koagulaci	30
3.1.1 Generátor RITA® 1500X RF	30
3.1.2 Nástroje	31
3.2 Typ prvku	32
3.3 Materiálové vlastnosti	33
3.3.1 Elektrický odpor elektrod	33
3.3.2 Elektrický odpor jaterní tkáně	34
3.4 Tvorba geometrického modelu	35
3.5 Tvorba konečnoprvkové sítě	36
3.6 Aplikace zatížení	39

3.7	Nastavení analýzy	39
3.8	Výsledné hodnoty	40
3.8.1	Intenzita magnetického pole	40
3.8.2	Hustota elektrického proudu	41
3.8.3	Výkon a napětí	45
4	Teplotní analýza	46
4.1	Typ prvku	46
4.2	Materiálové vlastnosti	46
4.3	Aplikace zatížení	47
4.3.1	Teplota	47
4.3.2	Součinitel přestupu tepla	47
4.4	Výsledné hodnoty	47
5	Závěrečné zhodnocení	49
	Literatura	51

Seznam použitých značek a symbolů

\vec{A}	Vektorový magnetický potenciál	[V]
$\vec{\alpha}$	Součinitel přestupu tepla	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
\vec{B}	Vektor magnetické indukce	[T, N.A ⁻¹ .m ⁻¹]
c	Měrná tepelná kapacita	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
C_m	Kapacita buněčné membrány	[F, C.V ⁻¹]
\vec{D}	Vektor elektrické indukce	[C.m ⁻²]
ΔU	Úbytek napětí	[V]
\vec{E}_{el}	Vektor intenzity elektrického pole	[V.m ⁻¹]
ϵ	Permitivita	[F.m ⁻¹]
f	Frekvence	[Hz]
φ	Skalární elektrický potenciál	[V]
φ_m	Skalární magnetický potenciál	[V]
Φ	Tok elektrické intenzity	[V.m]
Φ_B	Magnetický indukční tok	[Wb, m ² .kg.s ⁻² .A ⁻¹]
γ	Konduktivita (měrná elektrická vodivost)	[S.m ⁻¹ , Ω ⁻¹ .m ⁻¹]
\vec{H}	Vektor intenzity magnetického pole	[A.m ⁻¹]
\vec{H}_p	Potenciální složka intenzity magnetického pole	[A.m ⁻¹]
\vec{H}_v	Vírová složka intenzity magnetického pole	[A.m ⁻¹]
η	Viskozita	[N.s.m ⁻² , Pa.s]
I	Elektrický proud	[A]
I_{max}	Amplituda elektrického proudu	[A]
I_ρ	Hustota elektrického proudu	[A.m ⁻¹]
\vec{J}	Vektor hustoty elektrického proudu	[A.m ⁻¹]
\vec{k}	Jednotkový vektor báze ve směru osy z	[—]
l	Délka	[m]
λ	Tepelná vodivost	[W.m ⁻¹ .°C ⁻¹]
μ	Permeabilita	[H.m ⁻¹ , N.A ⁻²]
μ_r	relativní permeabilita	[—]
Ω_1	Geometrická oblast okolí jater	[—]
Ω_2	Geometrická oblast elektrod	[—]
Ω_3	Geometrická oblast jaterní tkáně	[—]
P	Výkon	[W]

Seznam použitých značek a symbolů

P_{ef}	Efektivní výkon	$[W]$
R	Elektrický odpor (rezistivita)	$[\Omega.m]$
R_e	Elektrický odpor vně buňky jater	$[\Omega.m]$
R_i	Elektrický odpor uvnitř buňky jater	$[\Omega.m]$
R_l	Elektrický odpor lidských jater	$[\Omega.m]$
R_0	Konstantní elektrický odpor	$[\Omega.m]$
R_∞	Elektrický odpor pro frekvenci $f \rightarrow \infty$	$[\Omega.m]$
ρ	Hustota	$[kg.m^{-3}]$
ρ_{el}	Objemová hustota volného náboje	$[kg.m^{-3}]$
ρ_p	Plošná hustota náboje na rozhraní	$[kg.m^{-2}]$
T	Teplota	$[^\circ C, K]$
t	Čas	$[s]$
U	Napětí	$[V]$
U_{max}	Amplituda napětí	$[V]$
v	Rychlost šíření tepla	$[m.s^{-1}]$
Z	Impedance	$[\Omega]$

Úvod

Lidská játra jsou svojí funkcí nenahraditelným a velice důležitým orgánem v lidském těle. Zabezpečují nespočet životně důležitých funkcí. Lze pozorovat stále zvyšující frekvenci výskytu nádorových onemocnění jater a i některých dalších lidských orgánů. Operace jater je pro život člověka velice nebezpečná, poněvadž tkáň jater obsahuje velké množství cév, které při narušení krvácí. Při odříznutí poškozené části dochází tedy k přerušení množství krevních cév a vzniká rozsáhlé krvácení, které bezprostředně ohrožuje lidský život. Pro zabránění tohoto krvácení se provádí tepelné úpravy vnitřní části jater. Tato tepelná úprava s cílem zabránění krvácivosti se nazývá koagulace. Při koagulaci jater je nezbytným požadavkem, aby poškození této tkáně bylo co nejmenší a přitom nejefektivnější. Právě v této části se otevírá velký prostor pro vhodný postup tepelného poškození s použitím vhodného chirurgického nástroje.

Zaměření diplomové práce je na modelování elektromagnetického pole pro simulaci koagulace jater. Účelem tohoto modelování je přinést užitečné poznatky v šíření elektromagnetického pole elektrod ve tkáni jater. V uvedené simulaci se jedná o trojrozměrné modelování a tedy přínos této simulace se nachází právě v možnosti pozorovat a vyhodnocovat šíření elektromagnetického pole nejen na povrchu, ale v jakémkoliv místě jaterní tkáně a to bez operačního zákroku, popř. experimentu.

Bližší pozorování šíření elektromagnetického pole v lidských játrech je vhodným prostředkem pro návrh nástroje s elektrodami určený pro koagulaci jater. Zájem o tento přínos projeví zejména lékaři z FN Ostrava. Návrhem nástroje pro koagulaci jater se zabývá Marek Penhaker¹ a tato diplomová práce by měla být užitečným přínosem pro optimalizaci tvaru nástroje, který bude prakticky ověřen za spolupráce s Petrem Vávrou², který má rozsáhlé zkušenosti s operacemi jater. Problematika elektromagnetického pole byla konzultována s Petrem Kačorem³.

¹Ing. Marek Penhaker, Ph.D., Katedra měřicí a řídicí techniky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, VŠB-TUO, marek.penhaker@vsb.cz.

²Mudr. Petr Vávra, Ph.D., Chirurgická klinika, FN Ostrava, petr.vavra@yahoo.co.uk.

³Ing. Petr Kačor, Ph.D., Katedra elektroenergetiky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, VŠB-TUO, petr.kacor@vsb.cz.

1 Lidská játra

V této kapitole je uveden teoretický popis složení a vlastností tkáně jater. Játra představují orgán naprosto nezbytný pro lidský život. Protéká jimi přibližně 1,5 litru krve za minutu. Tento orgán je velice důležitý pro organismus a plní mnoho funkcí, zejména:

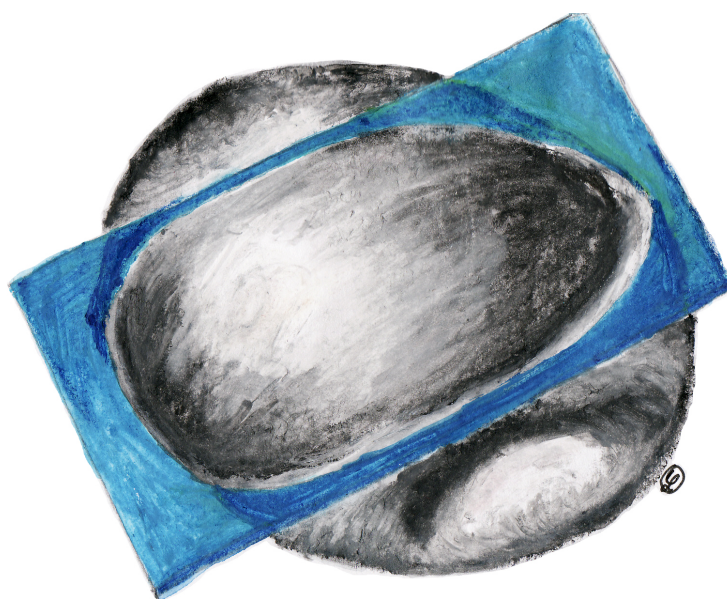
- **produkce žluči** - zásadní vliv na vstřebávání tuků a vitamínů rozpustných v tucích. Za jeden den je vyprodukováno přibližně 600 *ml* žluči. Touto cestou je z těla odstraňován bilirubin, cholesterol;
- **detoxikační funkce** - slučování s kyselinami, potlačení aktivace inzulinu;
- **produkce tepla** - intenzivní procesy látkové výměny v játrech spotřebovávají přibližně 12 % kyslíku z krve a odcházející krev z jater je těmito procesy zahřáta na teplotu až 39°C;
- **tvorba močoviny**;
- **působení růstového hormonu**.

Uvedené funkce jater patří mezi nejvýznamnější. Jaterní tkáň je na jedné straně velmi citlivá na některé toxicky působící látky (například alkohol, aflatoxin¹) a na druhé straně, je-li zdravá, prokazuje značné regenerační schopnosti. Více o problematice fyziologie jater pojednává literatura [1]. Játra jsou největší a nejtěžší žlázou v lidském těle. Jejich hmotnost se pohybuje od 1,2 až po 1,4 *kg* u žen a od 1,4 až po 1,8 *kg* u mužů. U dospělého jedince představují přibližně 2,5 % hmotnosti těla. Játra mají hnědočervenou barvu, hmota jater je poddajná, ale relativně křehká a při nárazech či otřesech snadno dochází k natržení tkáně a následuje masivní krvácení.

¹Aflatoxin - toxin produkovaný plísněmi rodu *Aspergillus* (významný karcinogen).

1.1 Tvar a poloha jater

Z geometrického hlediska lze tvar jater připodobnit k segmentu ovoidu, jestliže provedeme oddělení ovoidu rovinou směřovanou šikmo zprava zdola doleva nahoru. Na obrázku 1.1 je zobrazen nákres uvedeného ovoidu s protínající rovinou a na obrázku 1.2 je zobrazen řez ovoidu rovinou. Pro jednodušší pochopení nákresu je nutné si uvědomit, že popis směru řezu ovoidu rovinou je brán ze strany pacienta. Lidská játra leží pod bránicí na pravé straně břišní dutiny a jsou fixována vazy k této bránici a k pravé ledvině. Podrobné členění jater je velice rozsáhlé a není cílem této diplomové práce uvádět toto rozdělení. Velká část popisu jater je věnována v publikaci [2]. Poloha jater v lidském těle je patrná z obrázku 1.3².



Obr. 1.1: Nákres ovoidu s protínající rovinou.

1.2 Stavba jater

Základní členění lidských jater je na hlavní levý lalok (*lobus sinister*), hlavní pravý lalok (*lobus dexter*), ocasatý lalok (*lobus caudatus*) a čtyřhranný lalok (*lobus quadratus*). Střední částí mezi hlavním levým a pravým lalokem prochází aorta, portální žíla, dolní dutá žíla a žlučník. Na obrázku 1.4 je zobrazen přední a zadní pohled na játra s uvedením hlavních (základních) částí.

V této části je dále přiblížena struktura jaterní tkáně. Játra jsou tvořena buňkami zvanými *hepatocyty*. Jaterní buňka tvoří mnohostěn o průměru 20 až 30 μm s

²Anatomické obrázky vytvořila MDDr. Lucie Svobodová, luciettasv@seznam.cz.



Obr. 1.2: Schéma podoby jater vzniklé řezem ovoidu šikmo sloněnou rovinou.

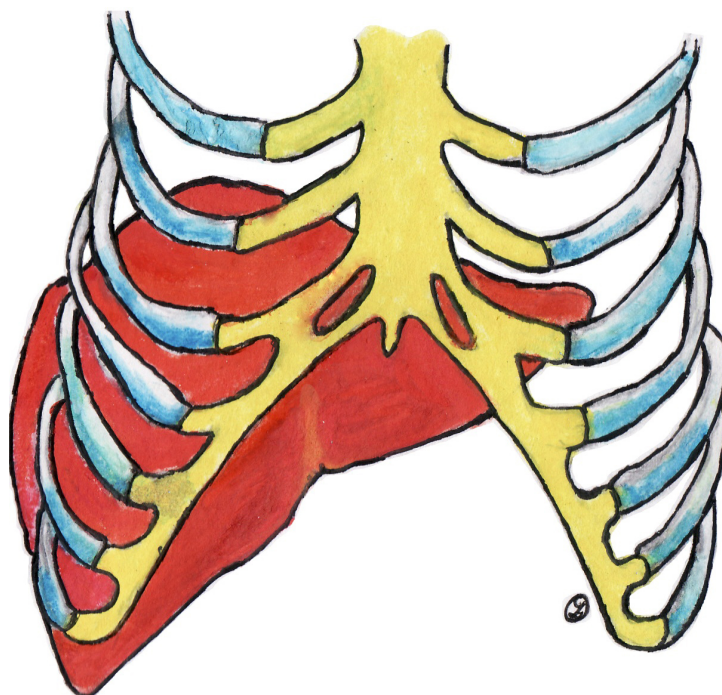
volným povrchem, na kterém se nachází vrstva řasinek (*mikroklky*). Na tento povrch jsou vázány některé enzymy. V místě doteku dvou jaterních buněk se nachází vlásečnicový žlučový kanálek. Jeho stěny jsou tvořeny buněčnou membránou sousedících hepatocytů. Zmíněné řasinky (mikroklky) přiřazují průřezům žlučových kanálků tvar hvězdy. Jaterní buňky jsou ploché a svým postavením se navzájem nepravidelně stýkají a tvoří tak trámce jaterních buněk. V jaterní tkáni se dále nachází cévy, které jsou mezi trámci jaterních buněk.

1.3 Elektrický odpor lidských jater

Analýza numerického modelování elektromagnetického pole pro simulaci koagulace jater vyžaduje znalost základních specifických veličin, mezi které řadíme právě zmiňovaný elektrický odpor (*rezistivita*) R . Rezistivita není konstantní veličina a je závislá nejen na proudu I , konstantě úměrnosti (*konduktivitě*) γ , ale i na frekvenci f a čase t . Zmíněné závislosti $R - I$, $R - \gamma$ jsou rozepsány v literatuře [3]. Závislost elektrického odporu lidských jater R_l na frekvenci signálu je pro tuto analýzu podstatná, poněvadž používaný generátor při koagulaci jater generuje signál s velmi vysokou frekvencí a tedy dle závislosti $R_l - f$ je potřeba správně stanovit hodnotu elektrického odporu lidských jater.

1.3.1 Experimentální měření

Hodnota elektrického odporu jaterní tkáně je určena z experimentálního měření za použití vepřových jater. Játra prasete se velice podobají játrům lidským (obdobně jsou na tom hovězí játra) a mají totožnou strukturu. Nepodstatný rozdíl



Obr. 1.3: Čelní pohled na polohu jater v lidském těle.

spočívá ve větší velikosti a rozdělení hlavního levého a pravého laloku na další dva segmenty. Experiment provedl D. Haemmerich³, O. R. Ozkan⁴, J. Z. Tsai⁵, S. T. Staelin⁶, S. Tungjitkusolmun⁷, D. M. Mahvi⁵ a J. G. Webster². Experimentální měření je zveřejněno v publikaci [11].

Popis experimentálního měření

Pro měření elektrického odporu jater prasete jsou použity elektrody s hroty pro zapíchnutí do tkáně, čtyř-vodičová metoda a automatizovaný systém měření (pomocí počítače) s rozsahem měřené hodnoty elektrického odporu od 10 $H\Omega$ do 1 $MH\Omega$. Pro měření jsou použity tři kusy prasečích jater a měření je provedeno v jedenácti místech jaterní tkáně. Měření je provedeno v rozsahu 12-ti hodin. V čase 0 až 2 hodiny je odstup měření 1 hodina. Od 2 až do 12-ti hodin je rozestup měření dvě hodiny.

Po dvanácti hodinách měření jsou vypočteny parametry potřebné pro určení rezistivity jater R_e , R_i a C_m .

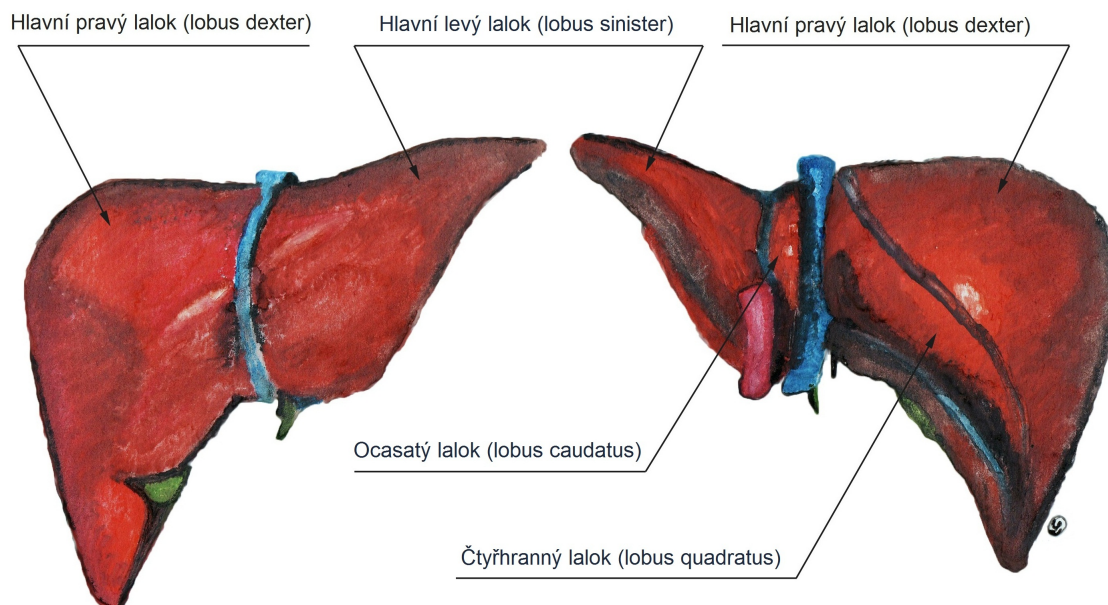
³Department of Biomedical Engineering, University of Wisconsin, USA.

⁴Department of Electrical Engineering, University of Istanbul, Turkey.

⁵Department of electrical & Computer Engineering, University of Wisconsin, USA.

⁶Department of Surgery, University of Wisconsin, USA.

⁷Department of Electronics, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology, Bangkok, Thailand.



Obr. 1.4: Čelní a zadní pohled na lidská játra s uvedením hlavních částí.

1.3.2 Průběh experimentálního měření

Pro tento experiment byla použita čtyř-vodičová metoda měření, která minimalizuje efekt polarizace impedance ve zdroji a je široce používána pro měření elektrického odporu u savců. Metoda je více popsána v online zdroji [13]. Pro experiment jsou užity čtyři elektrody s průměrem $0,38\text{ mm}$, roztečí $1,5\text{ mm}$ a hloubkou 4 mm . Zesilovač a převaděč proudu na napětí jsou připojeny k digitálnímu osciloskopu HP54600B. Vstupní signál je generován generátorem HP33120A. Pro kontrolu signálu generátoru a pro automatickou změnu sinusového signálu s rozsahem frekvence od 100 Hz do 1 MHz je použit počítač IBM. Osciloskop udává efektivní hodnoty (RMS) zesilovače.

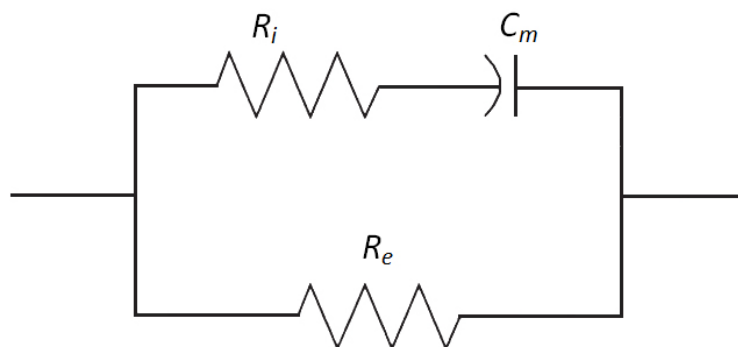
Elektrický odpor je měřen pro frekvence: $10, 100\text{ Hz}$; $1, 10, 100, 500\text{ kHz}$ a 1 MHz . Rozměry vzorků jsou $8 \times 9 \times 2\text{ cm}$. Po každém měření jsou elektrody extrahovány a očištěny. Určení elektrického odporu biologické tkáně je popsáno modelem s tříprvkovým obvodem, který je složen z těchto parametrů:

- elektrický odpor vně buňky vepřových jater R_e ;
- elektrický odpor uvnitř buňky R_i ;
- kapacita buněčné membrány C_m .

Model obvodu je zobrazen na obrázku 1.5.

Uvedené parametry elektrického odporu můžeme určit z rovnic 1.1, 1.2 a 1.3.

$$R_e = R_0 \quad (1.1)$$



Obr. 1.5: Model obvodu se třemi prvky ekvivalentní jaterní tkáni.

$$R_i = \frac{R_0 R_\infty}{R_0 - R_\infty} \quad (1.2)$$

$$C_m = \frac{1}{\omega_{max} (R_e + R_i)} \quad (1.3)$$

kde: R_0 - konstatní elektrický odpor (při použití stejnosměrného proudu);

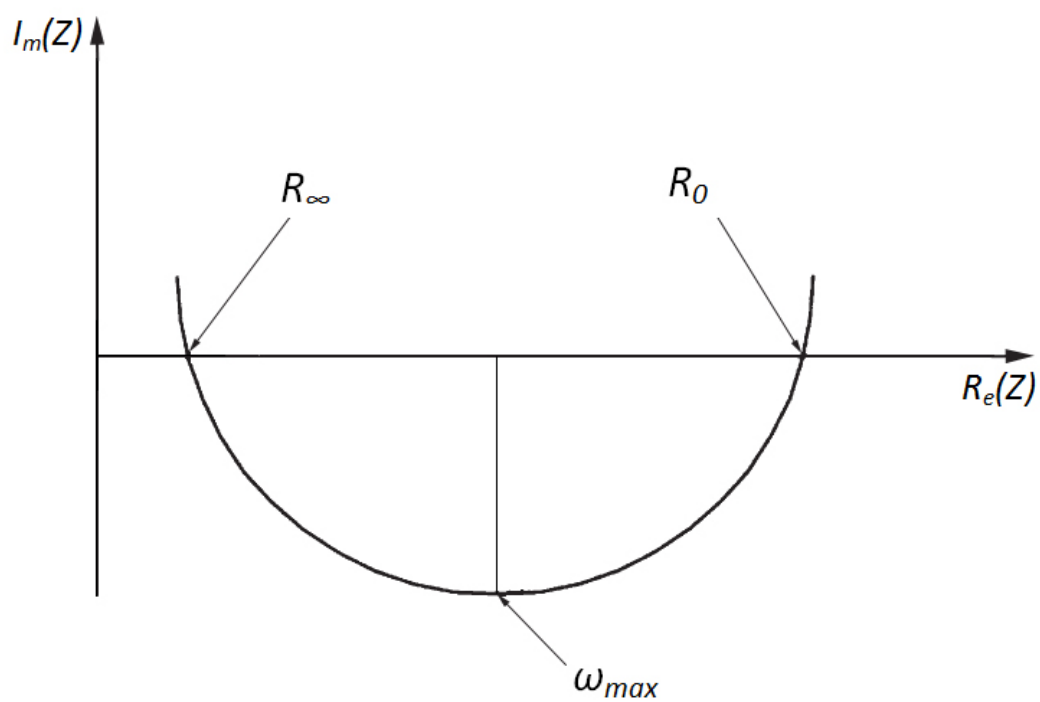
R_∞ - elektrický odpor pro frekvenci $f \rightarrow \infty$;

ω_{max} - představuje maximální imaginární hodnotu.

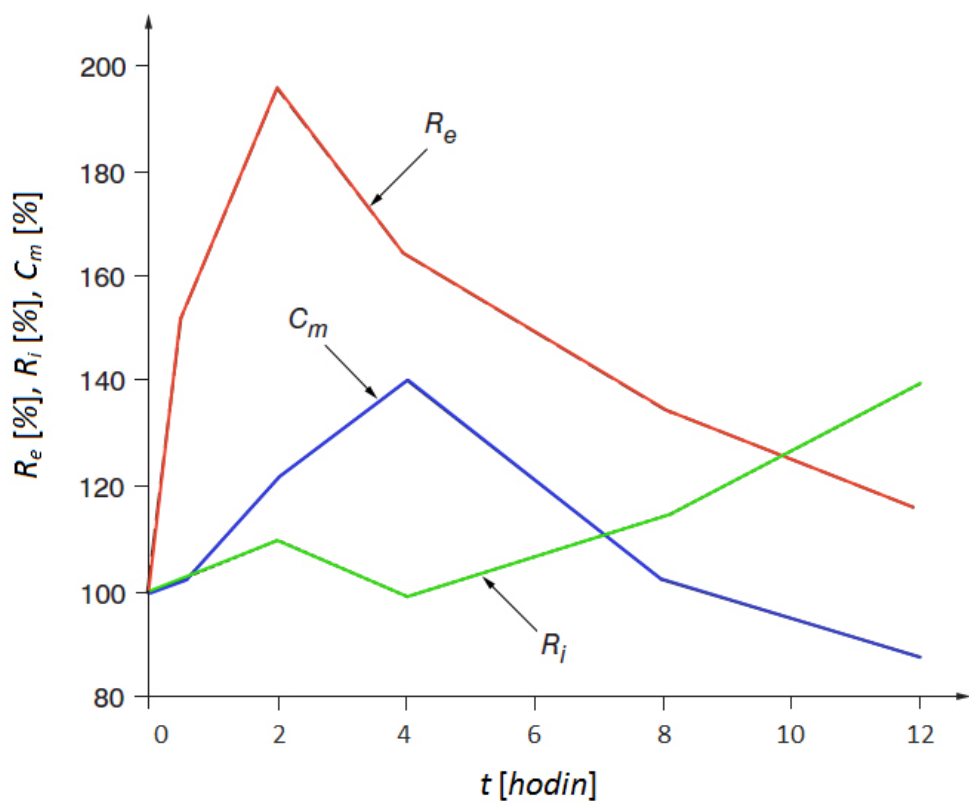
Určení maximální imaginární hodnoty ω_{max} je uvedeno na obrázku 1.6, kde je zobrazen Cole-Colův diagram. Na obrázku 1.7 je interpretována grafická závislost změny parametrů elektrického odporu vepřových jater R_e , R_i a C_m na době měření.

1.3.3 Výsledné určení elektrického odporu

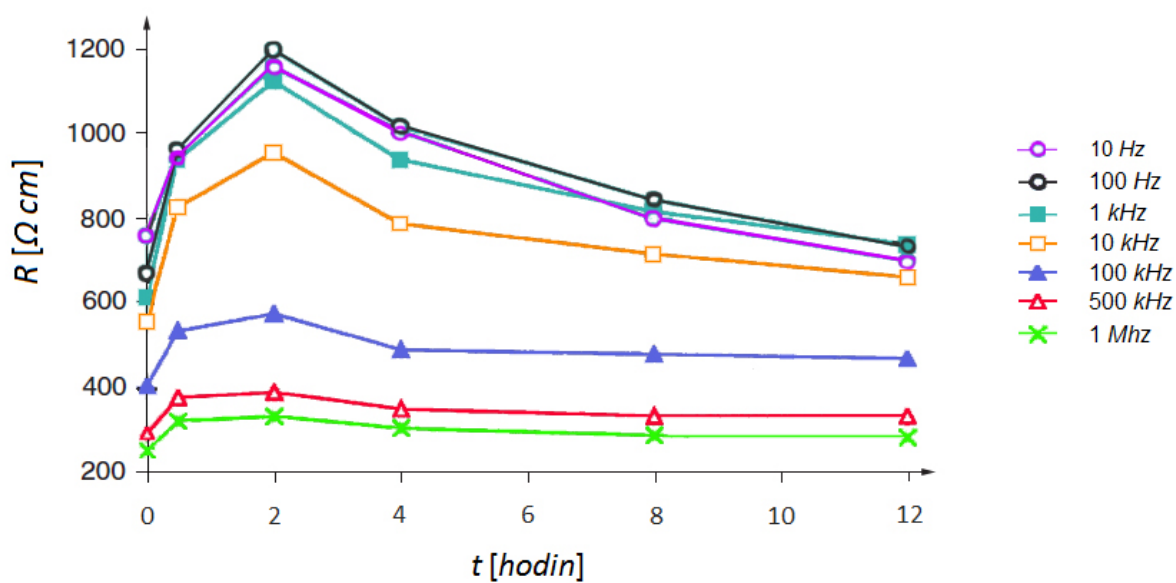
Výsledné hodnoty elektrického odporu vycházejí z experimentálního měření za použití třech vepřových jater, na kterých bylo provedeno měření v jedenácti definovaných bodech. Z jedenácti změřených bodů je brána průměrná hodnota elektrického odporu. Výsledný elektrický odpor v závislosti na době měření je zobrazen na obrázku 1.8. Výsledný elektrický odpor v závislosti na frekvenci je zobrazen na obrázku 1.9. Závislost elektrického odporu jaterní tkáně na frekvenci při ablaci je pro simulaci koagulace jater důležitá. Dle obrázku 1.9 lze určit hodnotu rezistivity pro přímo nastavenou hodnotu frekvence na generátoru.



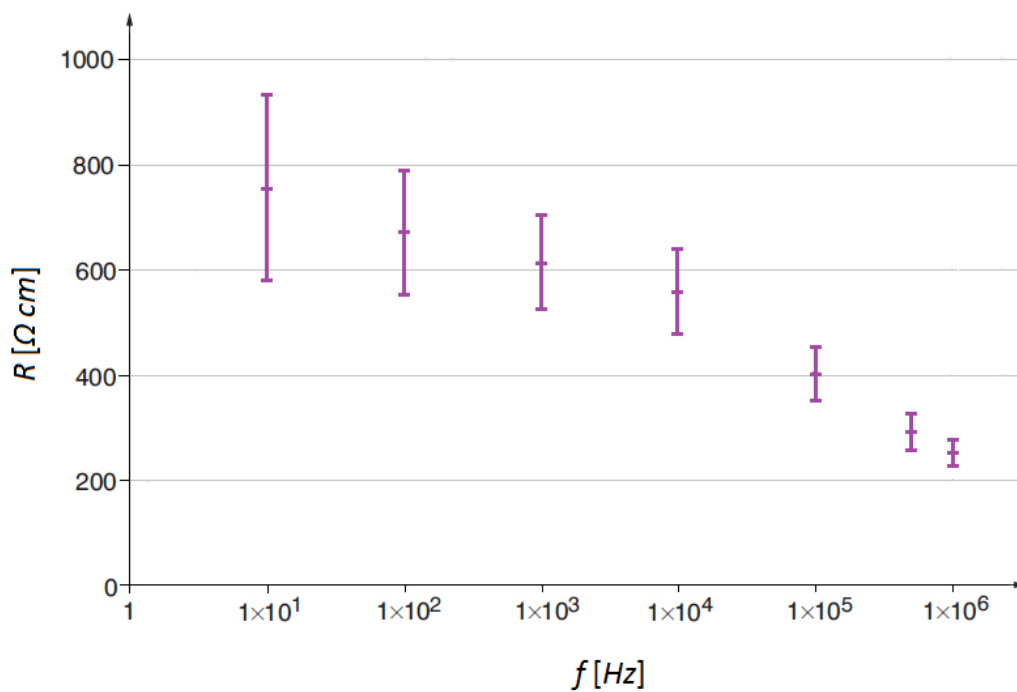
Obr. 1.6: Cole-Colův diagram.



Obr. 1.7: Závislost změny parametrů elektrického odporu R_e , R_i a C_m na době měření.



Obr. 1.8: Vývoj rezistivity během 12-ti hodin měření při různých frekvencích.



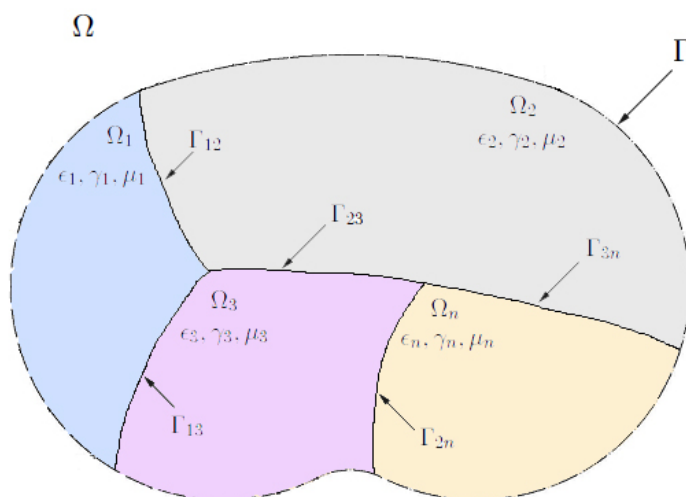
Obr. 1.9: Oblasti hodnot výsledného elektrického odporu jaterní tkáně v závislosti na frekvenci.

2 Spojitý matematický model elektromagnetického pole

Kapitola je zaměřena na základní studii numerického modelování elektromagnetického pole. V našem případě je uvažováno stacionární elektromagnetické pole, jehož specifické veličiny se nemění s časem. Základy numerického řešení elektrických a magnetických polí je blíže popsáno v literatuře [4]. Následující text této kapitoly je převzat z uvedené literatury.

2.1 Teoretický rozbor problematiky

Uvažujme danou geometrickou oblast Ω , která je ohraničená hranicí Γ . Popisovaná oblast je zobrazena na obrázku 2.1.



Obr. 2.1: Ohraničená oblast Ω s podoblastmi $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ a Ω_n odlišných fyzikálních vlastností.

V této oblasti Ω budeme určovat stacionární elektrické a magnetické pole. V obecném případě geometrická oblast Ω obsahuje několik podoblastí $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n$, ve kterých se vyskytují různá prostředí. Tato prostředí se navzájem liší svými fyzikálními vlastnostmi. Podoblasti Ω_i a Ω_j mají sdílenou hranici (rozhraní) Γ_{ij} .

Předpoklady pro prostředí v podoblastech:

- lineární;
- izotropní;
- homogenní;
- dielektricky a magneticky dokonale měkké¹.

Na základě obecných vztahů pro stacionární elektrické a magnetické pole sestavíme pro každou charakteristickou veličinu podoblasti parciální diferenciální rovnici. V obecném tvaru má tato rovnice nekonečně mnoho řešení. Jednoznačné určení sledovaného jevu bude dosaženo připojením doplňujících podmínek. Pro veličinu charakterizující elektrické, popř. magnetické pole se určují hraniční podmínky.

Hraniční podmínky mohou být:

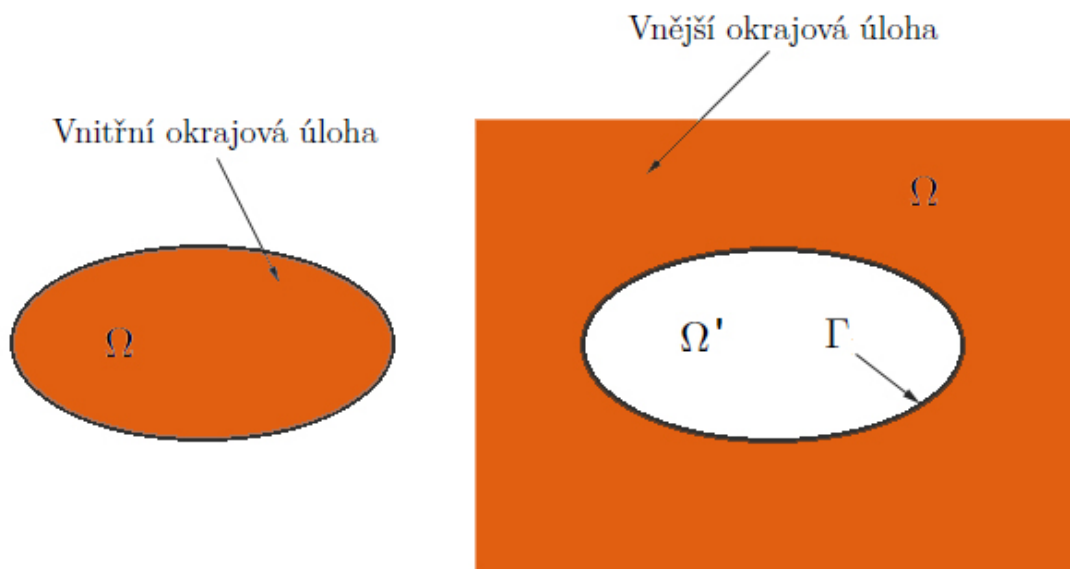
- a) okrajové podmínky** - formulace podmínky na hranici Γ na základě fyzikálních vlastností zkoumaného jevu;
- b) podmínky přechodu** - podmínky na rozhraní Γ_{ij} mezi podoblastmi Ω_i a Ω_j ;
- c) další podmínky** - např. počáteční podmínky.

Takto vyjádřený spojitý matematický model je označován jako *stacionární okrajová úloha*. K řešení stacionárních (časově nezávislých) okrajových úloh je potřeba určit:

- geometrickou oblast Ω , podoblasti $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots, \Omega_n$ včetně specifických veličin (fyzikálních charakteristik) těchto podoblastí;
- diferenciální rovnice - platnost ve vnitřních bodech podoblastí $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots, \Omega_n$;
- hraniční podmínky - okrajové podmínky a podmínky přechodu.

¹Materiálové charakteristiky ϵ, γ a μ jsou skalární konstanty.

U geometrických oblastí mohou nastat dva stavy a to, že oblast Ω je *omezená* anebo *neomezená*. V případě omezené geometrické oblasti se jedná o vnitřní okrajovou úlohu. Oproti tomu v případě neomezené oblasti Ω se jedná o vnější okrajovou úlohu (popř. okrajovou úlohu v neohraničeném prostředí). Na obrázku 2.2 je zobrazena omezená a neomezená geometrická oblast Ω .



Obr. 2.2: Vnější a vnitřní okrajová úloha (resp. omezená a neomezená geometrická oblast Ω).

2.2 Rovnice pro elektromagnetické pole

Spojitý matematický model je nejčastěji popisován parciální diferenciální rovnicí, popř. soustavou těchto diferenciálních rovnic, kde se vyskytují dvě anebo více nezávislé proměnné. Zmiňovanou parciální diferenciální rovnici budeme uvažovat druhého řádu a lineární². Tvar rovnice je následující:

$$A \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + B \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \eta} + C \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} + D \frac{\partial v}{\partial \xi} + E \frac{\partial v}{\partial \eta} + Fv + G = 0 \quad (2.1)$$

kde: ξ, η - nezávislé proměnné geometrické souřadnice nebo čas;

A, B, C, D, E, F, G - koeficienty (spojité funkce ξ a η).

Platí-li pro koeficienty A až G při druhé derivaci vztah 2.2, pak rovnici 2.1 nazýváme *eliptickou*. Platí-li vztah 2.3, pak je rovnice 2.1 *parabolická* a v případě

²Rovnice je lineární v případě, že je lineární vzhledem k neznámým funkcím a jejich derivacím.

plastnosti vztahu 2.4 je rovnice 2.1 *hyperbolická*.

$$B^2 - 4AC < 0 \quad (2.2)$$

$$B^2 - 4AC = 0 \quad (2.3)$$

$$B^2 - 4AC > 0 \quad (2.4)$$

Stacionární elektromagnetické pole je popsáno eliptickou rovnicí. Nestacionární elektromagnetické pole je popsáno parabolickou nebo hyperbolickou rovnicí. Základní fyzikální zákony elektromagnetického pole jsou vyjádřeny Maxwellovými rovnicemi v diferenciálním tvaru, z nichž můžeme získat rovnice pro potenciály elektromagnetického pole. Maxwellovy rovnice jsou uvedeny v literatuře [12].

2.3 Rovnice stacionárního elektrického a magnetického pole

Stacionárního elektrického a magnetického pole je potenciální (u magnetického pole musí být hustota elektrického proudu $\vec{J} = 0$). V případě hustoty proudu $\vec{J} \neq 0$ je magnetické pole vírové.

Rovnice stacionárního elektrického pole mají tvar:

$$\text{rot } \vec{E}_{el} = 0 \quad (2.5)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (2.6)$$

$$\text{div } \vec{J} = 0 \quad (2.7)$$

kde: \vec{E}_{el} - vektor intenzity elektrického pole;

\vec{D} - vektor elektrické indukce;

ρ_{el} - objemová hustota volného náboje;

\vec{J} - vektor hustoty proudu.

Vztah 2.5 je druhá Maxwellova rovnice, vztah 2.6 je třetí Maxwellova rovnice a vztah 2.7 je rovnice kontinuity.

Rovnice stacionárního magnetického pole mají tvar:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (2.8)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (2.9)$$

kde: \vec{H} - vektor intenzity magnetického pole;
 \vec{B} - vektor magnetické indukce.

Vztah 2.8 je první Maxwellova rovnice a vztah 2.9 je čtvrtá Maxwellova rovnice.

Mezi uvedenými specifickými veličinami platí následující materiálové vztahy:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}_{el} \quad (2.10)$$

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}_{el} \quad (2.11)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.12)$$

kde: ϵ - permitivita;
 γ - měrná elektrická vodivost;
 μ - permeabilita.

Zmíněné vektorové rovnice můžeme řešit pomocí potenciálů. Skalární elektrický potenciál φ v elektrickém poli určíme ze vztahu 2.13. Pro skalární magnetický potenciál φ_m v magnetostatickém poli platí vztah 2.14.

$$\vec{E}_{el} = -\operatorname{grad} \varphi \quad (2.13)$$

$$\vec{H} = -\operatorname{grad} \varphi_m \quad (2.14)$$

Vztah 2.14 platí pro potenciální pole. Pro pole vírové (ve stacionárním magnetickém poli) je zaveden vektorový magnetický potenciál \vec{A} , který se dá vyjádřit ze vztahu 2.15.

$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A} \quad (2.15)$$

Ke vztahu pro určení vektorového magnetického potenciálu (rovnice 2.15) je přidávána doplňující Coulombova podmínka - požadavek nezřídlovosti:

$$\operatorname{div} \vec{A} = 0 \quad (2.16)$$

Z uvedených Maxwellových rovnic, z materiálových vztahů pro specifické veličiny a ze vztahů pro potenciál můžeme vyjádřit rovnice stacionárního elektrického a magnetického pole pomocí potenciálů.

Nejdříve pro stacionární elektrické pole:

$$\rho \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.17)$$

$$\rho = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = 0 \quad (2.18)$$

Vztah 2.17 je Poissonova rovnice a vztah 2.18 je Laplaceova rovnice.

Pro stacionární magnetické pole platí:

$$\vec{J} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{A} = -\mu\vec{J} \quad (2.19)$$

$$\vec{J} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{A} = 0 \quad (2.20)$$

Vztah 2.19 je Poissonova vektorová rovnice a vztah 2.20 je Laplaceova vektorová rovnice.

Pro magnetostatické pole platí Laplaceova skalární rovnice:

$$\vec{J} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi_m = 0 \quad (2.21)$$

2.3.1 Aplikace vektorového potenciálu pro dvojrozměrný prostor

Při řešení magnetického pole ve 2D je výhodné použít aplikace vektorového potenciálu. Uvažujeme-li pravotočivý souřadný systém se souřadnicemi x , y a z , tak vektor hustoty proudu \vec{J} bude mít směr osy z - rovnice 2.22. V tomto případě bude vektor magnetické indukce \vec{B} a vektor intenzity magnetického pole \vec{H} ležet v rovině x , y . Vektorový magnetický potenciál \vec{A} bude mít směr osy z - rovnice 2.23.

$$\vec{J} = \vec{k}J_z \quad (2.22)$$

$$\vec{A} = \vec{k}A_z \quad (2.23)$$

kde: \vec{k} - jednotkový vektor báze ve směru osy z .

Poissonova vektorová rovnice 2.19 poté bude rovnicí skalární 2.24. Obdobně Laplaceova vektorová rovnice pro dvojrozměrné pole 2.20 se stane rovnicí skalární 2.25.

$$\Delta A_z = -\mu J_z \quad (2.24)$$

$$\Delta A_z = 0 \quad (2.25)$$

Při mapování dvojrozměrného potenciálového pole se zakreslují ekvipotenciální čáry spojující geometrická místa bodů, pro které je skalární potenciál $\varphi = konst$ a skalární magnetický potenciál $\varphi_m = konst$. Pro dvojrozměrné vírové pole se zakreslují tzv. ekvipotenciály vektorového potenciálu. Tyto čáry se nazývají indukční a platí pro ně tento vztah: $A_z = konst$. Tato problematika je uvedena v literatuře [4].

2.3.2 Aplikace vektorového potenciálu pro trojrozměrný prostor

Pro řešení trojrozměrného magnetického pole je potřeba řešit tři skalární rovnice, kde se v každé rovnici vyskytuje jedna složka vektorového potenciálu. Tyto složky mohou být mezi sebou vázány hraničními podmínkami. K řešení se používá metoda skalárního magnetického potenciálu, pomocí které můžeme vyjádřit vektor intenzity magnetického pole - rovnice 2.26.

$$\vec{H} = \vec{H}_p + \vec{H}_v \quad (2.26)$$

kde: \vec{H}_p - potenciální složka vektoru intenzity magnetického pole \vec{H} ;
 \vec{H}_v - vírová složka vektoru intenzity magnetického pole \vec{H} .

Pro potenciální složku \vec{H}_p platí vztahy 2.27 a 2.28.

$$\vec{H}_p = -grad \varphi_m \quad (2.27)$$

$$rot \vec{H}_p = 0 \quad (2.28)$$

Pro vírovou složku \vec{H}_v platí vztah 2.29.

$$rot \vec{H}_v = \vec{J} \quad (2.29)$$

Použitím rovnic 2.26 a 2.27 obdržíme vztah 2.30 pro skalární magnetický potenciál (Poissonova rovnice).

$$\Delta \rho_m = \rho_m = \operatorname{div} \vec{H}_v \quad (2.30)$$

Postup při určování vektoru intenzity magnetického pole:

1. Určení vřkové složky \vec{H}_v vektoru \vec{H} ;
2. Stanovení ρ_m z rovnice 2.30;
3. Určení potenciální složky \vec{H}_p vektoru \vec{H} ze stanoveného potenciálu φ_m dle rovnice 2.27;
4. Určení hledaného vektoru intenzity magnetického pole \vec{H} z rovnice 2.26.

2.4 Hraniční podmínky

V kapitole 2.1 bylo již zmíněno, že hraniční podmínky zahrnují okrajové podmínky, podmínky přechodu a další podmínky (počáteční podmínky).

2.4.1 Okrajové podmínky

Na hranici Γ je potřeba znát:

- okrajovou podmínku prvního druhu (Dirichletova podmínka), u které známe průběh v na hranici Γ - rovnice 2.31;
- okrajovou podmínku druhého druhu (Neumannova podmínka) - rovnice 2.32;
- okrajovou podmínku třetího druhu (Newtonova podmínka) - rovnice 2.33.

$$v|_{\Gamma} = f \quad (2.31)$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial n} \right|_{\Gamma} = f \quad (2.32)$$

$$\left. \left(\frac{\partial v}{\partial n} - \alpha v \right) \right|_{\Gamma} = f \quad (2.33)$$

kde: n - normála k hranici Γ ;

α, f - spojité funkce bodu ležícího na hranici Γ .

2.4.2 Podmínky přechodu

Uvažujme geometrickou oblast Ω s podoblastmi Ω_i a Ω_j , které mají společnou hranici Γ_{ij} (viz. obrázek 2.1). Body na této hranici nejsou regulérní³ a tedy na této hranici neplatí diferenciální tvar Maxwellových rovnic.

Podmínky přechodu pro vektory pole na rozhraní Γ_{ij}

$$\vec{B}_{jn} - \vec{B}_{in} = 0 \quad (2.34)$$

$$\vec{D}_{jn} - \vec{D}_{in} = \rho_p \quad (2.35)$$

$$\vec{E}_{el,jt} - \vec{E}_{el,it} = 0 \quad (2.36)$$

$$\vec{H}_{jt} - \vec{H}_{it} = \vec{K}_N \quad (2.37)$$

$$\vec{J}_{jn} - \vec{J}_{in} = 0 \quad (2.38)$$

kde: ρ_p - plošná hustota náboje na hranici Γ_{ij} ;
 \vec{K}_N - projekce vektoru plošné hustoty proudu \vec{K} na rozhraní do jednotkového vektoru \vec{N} ;
 index t - označuje tečnou projekci;
 index n - označuje normálovou projekci.

Pomocí divergence a rotace obdržíme podmínky přechodu v obdobném tvaru jako pro regulérní body:

$$\text{div } \vec{B} = \vec{n} \cdot (\vec{B}_j - \vec{B}_i) = 0 \quad (2.39)$$

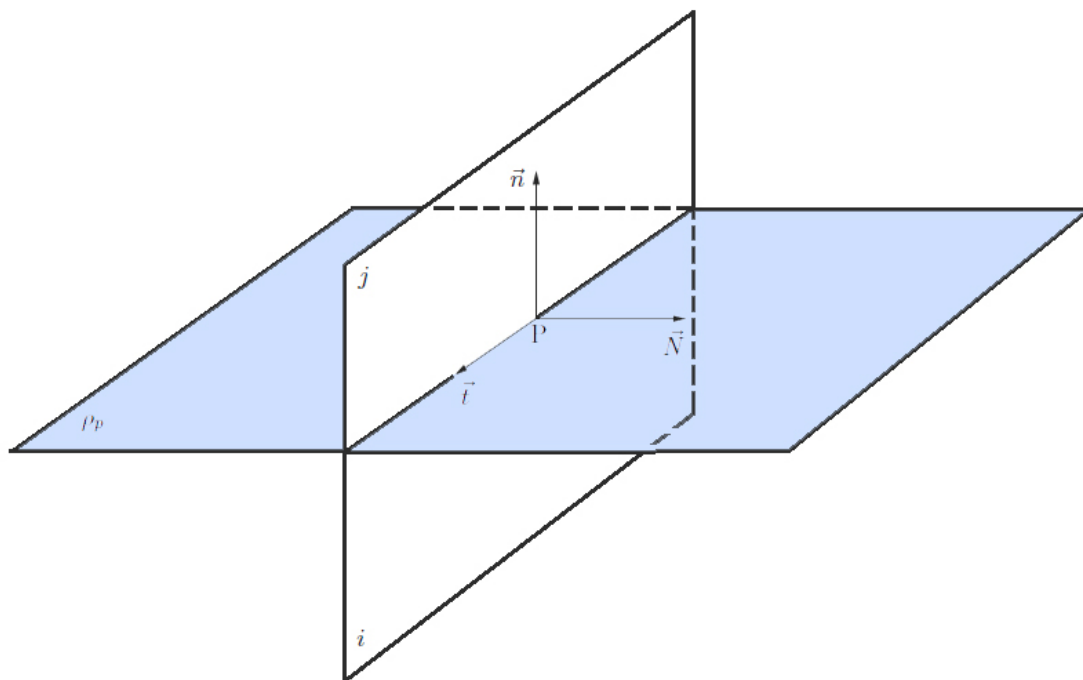
$$\text{div } \vec{D} = \vec{n} \cdot (\vec{D}_j - \vec{D}_i) = \rho_p \quad (2.40)$$

$$\text{rot } \vec{E}_{el} = \vec{n} \times (\vec{E}_{el,j} - \vec{E}_{el,i}) = 0 \quad (2.41)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{n} \times (\vec{H}_j - \vec{H}_i) = \vec{K} \quad (2.42)$$

$$\text{div } \vec{J} = \vec{n} \cdot (\vec{J}_j - \vec{J}_i) = 0 \quad (2.43)$$

³Neregulérní body jsou body na hranici rozhraní odlišných prostředí anebo místa, ve kterých jsou uloženy bodové náboje nebo proudová vlákna.



Obr. 2.3: Jednotkové vektory na rozhraní.

Podmínky přechodu pro potenciály na rozhraní Γ_{ij}

Pro skalární elektrický potenciál v bodě P ležícím na rozhraní Γ_{ij} platí následující vztahy. Bod P je zobrazen na obrázku 2.3. Rovnice 2.46 představuje první podmínku, rovnice 2.45 představuje druhou podmínku pro elektrostatické pole a rovnice 2.46 je druhá podmínka pro proudové pole.

$$\varphi_i = \varphi_j \quad (2.44)$$

$$\epsilon_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} - \epsilon_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} = \rho_p \quad (2.45)$$

$$\gamma_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} - \gamma_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} = 0 \quad (2.46)$$

Pro skalární magnetický potenciál platí vztahy 2.47 a 2.48:

$$\varphi_{mi} = \varphi_{mj} \quad (2.47)$$

$$\mu_i \frac{\partial \varphi_{mi}}{\partial n} - \mu_j \frac{\partial \varphi_{mj}}{\partial n} = 0 \quad (2.48)$$

2 Spojitý matematický model elektromagnetického pole

Pro vektorový magnetický potenciál platí vztahy 2.49 a 2.50:

$$A_{zi} = A_{zj} \quad (2.49)$$

$$\mu_i \frac{\partial \varphi_{mi}}{\partial n} - \mu_j \frac{\partial \varphi_{mj}}{\partial n} = 0 \quad (2.50)$$

Počáteční podmínky

Počáteční podmínky se určují pro případ nestacionární okrajové úlohy a tedy v našem případě není třeba tyto podmínky určovat.

3 Elektromagnetická analýza

V této kapitole je uvedena analýza elektromagnetického pole pro simulaci koagulace jater. Pro řešení této úlohy je použita metoda konečných prvků a výpočtový program ANSYS 11. Tento program obsahuje dva moduly pro řešení elektromagnetické analýzy:

- nízkofrekvenční;
- vysokofrekvenční.

Rozsah použitelnosti vysokofrekvenční elektromagnetické analýzy je definován od stovek MHz až po stovky GHz . V našem případě bude použit generátor, který generuje pulsy s frekvencí 460 kHz a bude se tedy jednat o nízkofrekvenční elektromagnetickou analýzu. Použitý generátor je popsán v další části této kapitoly. Informace týkající se této elektromagnetické analýzy jsou čerpány z literatury [5].

Před uvedením vstupních parametrů nízkofrekvenční elektromagnetické analýzy je potřeba zmínit se o použitých zařízeních pro koagulaci jater.

3.1 Zařízení a nástroje pro koagulaci

3.1.1 Generátor RITA[®] 1500X RF

Generátor poskytuje monopolární radiofrekvenční energii pro koagulaci a ablaci tkáně. Problematika využití vysokofrekvenčních proudů je zmíněna v literatuře [6], popř. v publikaci [7]. Společně se zařízením je dodáván program RITA Base Software, který umožňuje monitorovat a zaznamenat v reálném čase:

- výkon P ;
- impedanci Z ;
- teplotu koncovek T ;
- celkový čas procesu t ;
- informace o chlazení elektrod;
- indikaci průběhu ablace.

Základní parametry generátoru jsou uvedeny v tabulce 3.1. Parametry jsou převzaty z online zdroje [14].

Parametr	Hodnota
Výkon generátoru P	1 – 250 W
Frekvence f	460 kHz
Napájení	110 – 240 V , 50 – 60 Hz
Rozsah měřené teploty T	15 – 125 $^{\circ}C$, ± 3 $^{\circ}C$
Rozsah impedance Z	10 – 999 Ω , ± 20 %

Tabulka 3.1: Základní parametry generátoru RITA® 1500X RF.

3.1.2 Nástroje

Nástrojů pro koagulaci a ablaci tkáně je několik typů, které se liší počtem, délkou a uspořádáním elektrod. Elektrody bývají nejčastěji zapojeny bipolárně, což je vhodné zejména pro nelineární koagulaci ve dvou řadách a mezi těmito řadami se provádí samotná ablace tkáně.

Vybrané typy nástrojů kompatibilní s uvedeným generátorem:

- **Habib® 4x** - skládá se ze čtyř bipolárně zapojených elektrod (maticové uspořádání). Dvojice jehel (elektrod) jsou připojeny k samostatnému vstupu radiofrekvenčního generátoru RITA® 1500X RF. Elektrody mají délku 6 cm anebo 10 cm . Nástroj se vyrábí i v laparoskopickém provedení;
- **Starburst® XL** - skládá se z devíti aktivních výsuvných elektrod a pěti termočlánků. Délka elektrod je v rozmezí 10 až 25 cm . Elektrody jsou flexibilní a umožňují ohnutí až 90° . Nástroj se vyrábí v laparoskopickém provedení a vysunuté elektrody provádí kruhovou koagulaci tkáně s průměrem 3 až 5 cm ;
- **Starburst® SDE** - obdobné provedení jako typ XL, skládá se ze tří elektrod;
- **Starburst® Talon Semi-Flex** - obdobné provedení jako typ XL, skládá se ze čtyř elektrod. Vysunuté elektrody provádí kruhovou koagulaci tkáně s průměrem 2 až 4 cm .

Elektrody uvedených nástrojů pro koagulaci a ablaci tkáně mají plný kruhový průřez a na koncích jsou hroty pro snadnější průnik do tkáně.

Nízkofrekvenční elektromagnetická analýza bude provedena pro typ nástroje Habib® 4x s délkou elektrod $l = 10$ cm . Rozměrové parametry tohoto nástroje jsou uvedeny na obrázku 3.1, kde je zobrazen řez elektrodami. Základní parametry nástroje jsou uvedeny v tabulce 3.2.

Parametr	Hodnota
Výkon P	100 W
Napětí na výstupu U	100 V
Proud I	1 A

Tabulka 3.2: Základní parametry nástroje Habib[®] 4x.

3.2 Typ prvku

Pro řešení nízkofrekvenční analýzy elektromagnetického pole nabízí program ANSYS konečnoprvkový prvek s názvem SOLID117, který je vhodný pro modelaci trojrozměrného magnetického pole. Tvar prvku a jeho varianty jsou zobrazeny na obrázku 3.2.

Tento prvek má 20 uzlů, z čehož:

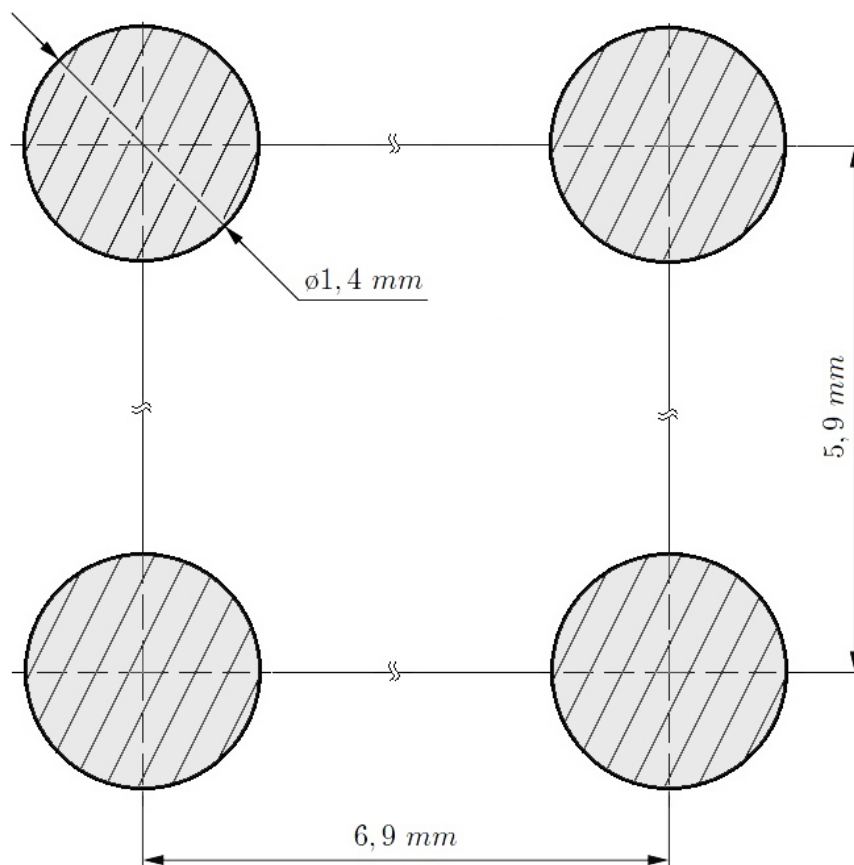
- 8 uzlů je ve vrcholech prvku a jsou určené pro dynamickou analýzu. Jejich stupně volnosti jsou definovány jako časově integrovaná hodnota elektrického potenciálu - napětí (označení: VOLT);
- 12 uzlů se nachází uprostřed hran prvku, tzv. meziuzly a jsou určené pro statickou analýzu (označení: AZ). Tyto meziuzly jsou používány na výpočet magnetického indukčního toku Φ_B .

V této analýze elektromagnetického pole pro simulaci koagulace jater definujeme prvek SOLID117 pro tři různé oblasti Ω_i , tedy:

1. **oblast okolí jater** Ω_1 - v této oblasti může být magnetický vektorový potenciál a tedy stupně volnosti prvku jsou: AZ;
2. **oblast elektrod** Ω_2 - obdobně jako v oblasti okolí jater Ω_1 a k tomu ještě v této oblasti vzniká úbytek napětí. V oblasti Ω_2 stupně volnosti prvku tedy jsou: AZ a VOLT;
3. **oblast jaterní tkáně** Ω_3 - obdobně jako v oblasti elektrod Ω_2 . Stupně volnosti prvku jsou: AZ a VOLT.

Oblast Ω_i	Stupně volnosti prvku
Oblast okolí jater Ω_1	AZ
Oblast elektrod Ω_2	AZ, VOLT
Oblast jaterní tkáně Ω_3	AZ, VOLT

Tabulka 3.3: Stupně volnosti prvku SOLID117 pro dané geometrické oblasti.



Obr. 3.1: Průřez elektrod nástroje Habib® 4x s uvedením rozměrových parametrů.

3.3 Materiálové vlastnosti

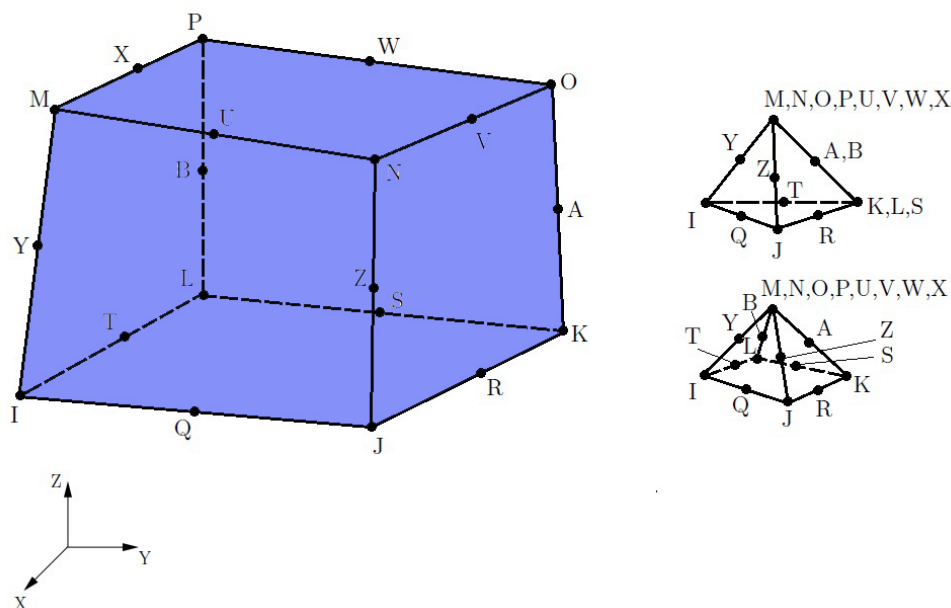
Další nedílnou částí analýzy elektromagnetického pole je určení materiálových vlastností oblasti okolí jater Ω_1 , oblasti elektrod Ω_2 a oblasti jaterní tkáně Ω_3 .

Potřebné materiálové vlastnosti jsou:

- **relativní permeabilita** μ_r - pro všechny tři definované oblasti je zadána hodnota: $\mu_r \doteq 1$;
- **elektrický odpor** R (rezistivita) - zadán pro oblast elektrod Ω_2 a oblast jaterní tkáně Ω_3 . Hodnoty elektrického odporu jsou určeny v následujících sekcích.

3.3.1 Elektrický odpor elektrod

Určení elektrického odporu elektrod R nástroje Habib® 4x vychází z materiálového rozboru provedeného firmou ArcelorMittal Ostrava. Rozbor byl proveden



Obr. 3.2: Tvar prvku SOLID117 a jeho varianty.

na EDS spektrometru Oxford INCA Energy 350. Rozbor je publikován v literatuře [8]. Zastoupení materiálů dle rozboru je uvedeno v tabulce 3.4.

Nástroj	Obsah prvku [%]					
	<i>Si</i>	<i>Cr</i>	<i>Mn</i>	<i>Ni</i>	<i>Cu</i>	<i>Mo</i>
Habib 4x	0,6	17	1,3	9,7	0,6	2,4

Tabulka 3.4: Materiálové složení elektrod nástroje Habib® 4x.

Materiálovému složení elektrod se nejvíce přibližuje austenitická korozivzdorná ocel s označením 1.4404 (ocel 17 349), typ X2 CrNiMo 17-12-2. Ocel je vybrána z literatury [9].

Elektrický odpor R korozivzdorné oceli 1.4404 je převzat z literatury [10] a jeho hodnota je: $R = 7,4 \cdot 10^{-8} \Omega.m$. Elektrody jsou potaženy nepřilnavou vrstvou Tomlison¹ a dále nepřilnavou leštěnou Ti-Ni vrstvou Tecvac². Účelem uvedených nepřilnavých vrstev je usnadnění zavedení a vyjmutí elektrod z jaterní tkáně. Pro určení elektrického odporu elektrod nejsou tyto nepřilnavé vrstvy uvažovány.

3.3.2 Elektrický odpor jaterní tkáně

Problematika, určení elektrického odporu lidských jater, je zmíněna v sekci 1.3 na straně 13, kde je uvedena grafická závislost elektrického odporu jaterní tkáně

¹Tomlison tube & Instrument Ltd., Warrackshire, United Kingdom.

²Tecvac Ltd., Cambridgeshire, UK; Integrated Surgical Sciences Corporation, Colorado, USA.

na frekvenci. Generátor RITA[®] 1500X RF, použitý pro koagulaci a ablaci jater, generuje pulsy s frekvencí 460 kHz. Přímkovou interpolací hodnot elektrického odporu jater, získaných z experimentálního měření, získáme potřebný elektrický odpor jaterní tkáně právě pro frekvenci $f = 460 \text{ kHz}$. Hodnota elektrického odporu jaterní tkáně tedy je: $R = 4,59 \text{ } \Omega.m$.

Veškeré potřebné materiálové vlastnosti jsou uvedeny v tabulce 3.5.

Oblast Ω_i	Relativní permeabilita $\mu_r [-]$	Elektrický odpor $R [\Omega.m]$
Oblast okolí jater Ω_1	1	—
Oblast elektrod Ω_2	1	$7,4 \cdot 10^{-8}$
Oblast jaterní tkáně Ω_3	1	4,59

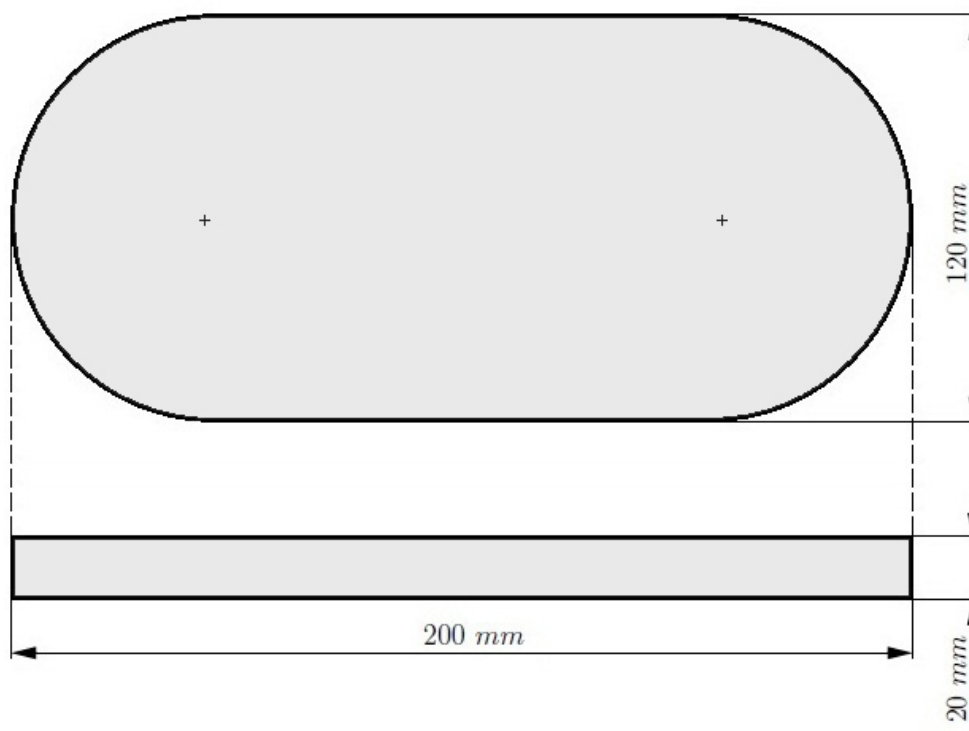
Tabulka 3.5: Materiálové vlastnosti jednotlivých oblastí potřebné pro elektromagnetickou analýzu.

3.4 Tvorba geometrického modelu

Skutečný geometrický tvar lidských jater je zobrazen v sekci 1.2 na straně 12. Játra jsou poddajný orgán, takže se jejich tvar může měnit. Pokud by se vytvořil model jater co nejbližší podobný skutečnému stavu, jednalo by se o velice složitý tvar a při tvorbě konečnoprvkové sítě by docházelo k značnému nárůstu konečných prvků. Použité elektrody mají mnohonásobně menší rozměr než jaterní tkáň a tepelně ovlivněná oblast bude v blízkosti elektrod, tedy nás bude zajímat oblast jen okolo elektrod. Zjednodušená geometrie jater je zobrazena na obrázku 3.3.

Reálný tvar elektrod je proveden s hroty na koncích elektrod. Pro nižší rozsah úlohy nejsou hroty na koncích elektrod uvažovány a tedy geometrický model elektrod má konstantní průřez po celé délce $l = 100 \text{ mm}$. V analýze je simulován stav, kdy elektrody pronikly do poloviny modelu jaterní tkáně. Na obrázku 3.4 je zobrazen geometrický model jater a elektrod.

Geometrický model oblasti okolí jater by měl být minimálně 2x větší než největší rozměr analyzovaného objektu. V našem případě nás nebudou zajímat výsledky na krajích a jaterní tkáň a tedy model oblasti okolí nemusí být tak velký. Na obrázku 3.5 je zobrazena konečnoprvková síť, ze které je patrný geometrický model.



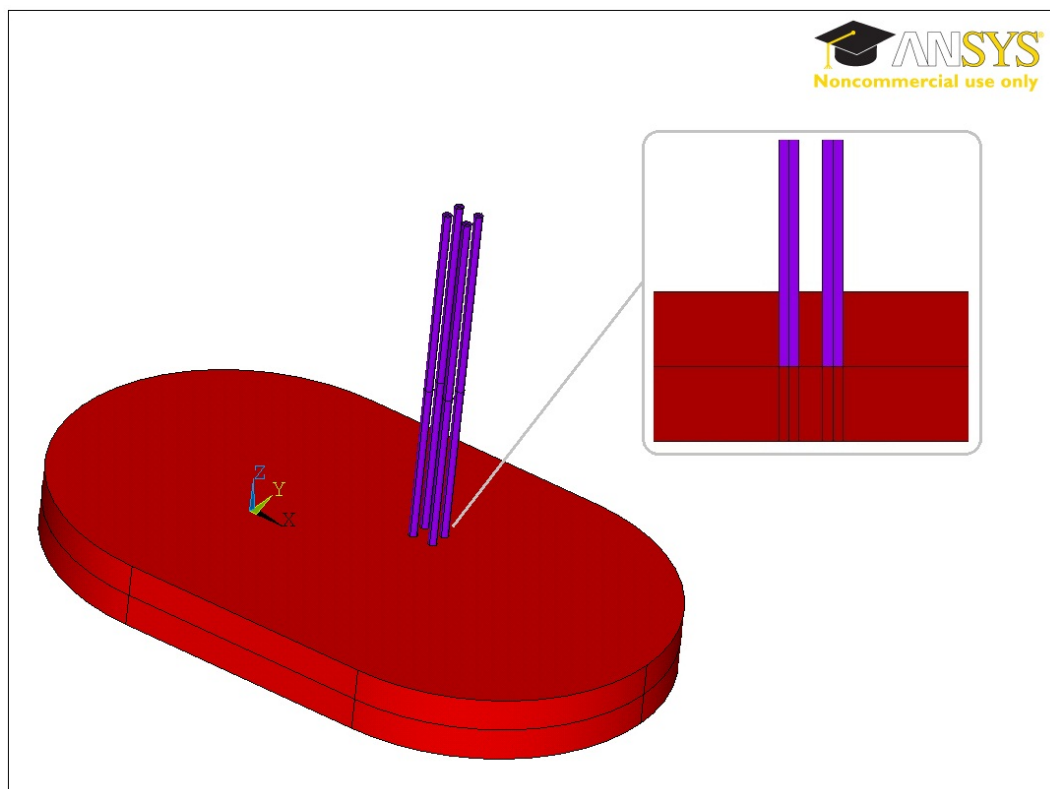
Obr. 3.3: Tvar a rozměry geometrického modelu jater.

3.5 Tvorba konečnoprvké sítě

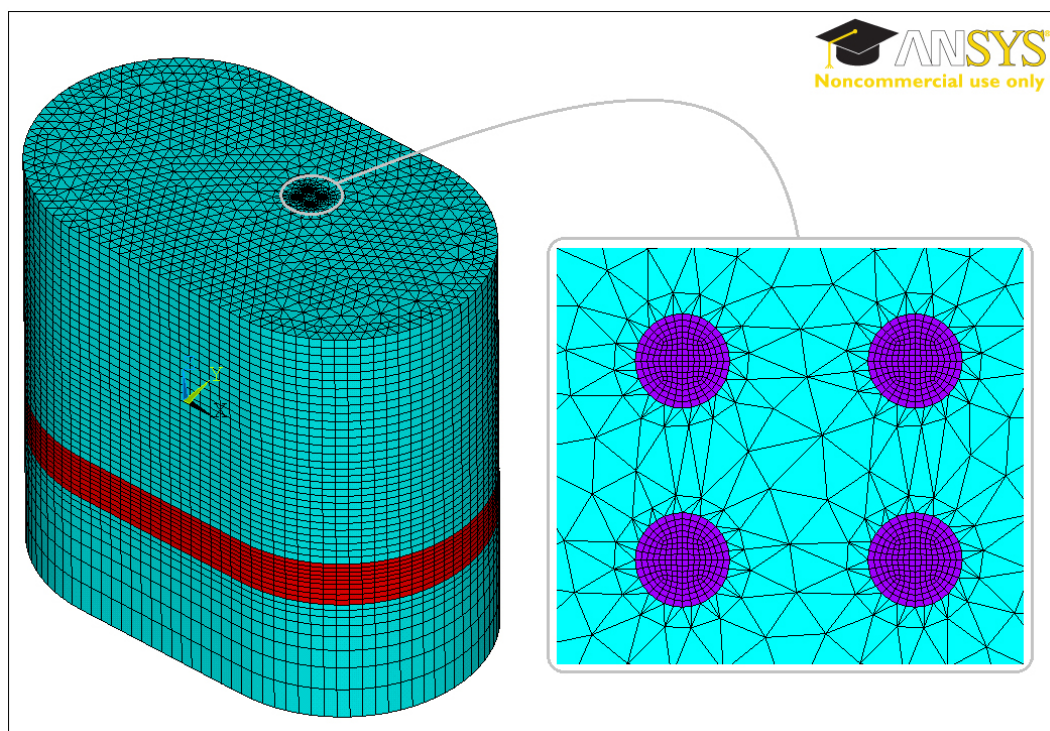
Při tvorbě konečnoprvkové sítě je potřeba vytvořit rozložení prvků, které bude vykazovat dostatečně přesné výsledky. Použité elektrody mají průměr 1,4 mm a bude nás zajímat právě místo v oblasti koagulace, takže je zde provedeno vhodné zjemnění sítě. Spalování jaterní tkáně (resp. tepelné ovlivnění) je bezprostředně kolem elektrod. Vzdálenější oblast může být tvořena hrubější sítí. Výsledná celková konečnoprvková síť je zobrazena na obrázku 3.5. Konečnoprvková síť jater a elektrod je zobrazena na obrázku 3.6. V tabulce 3.6 je uveden rozsah úlohy - počet prvků, uzlů a velikost na disku.

Počet prvků	Počet uzlů	Velikost databáze na disku
139778	418122	157 MB

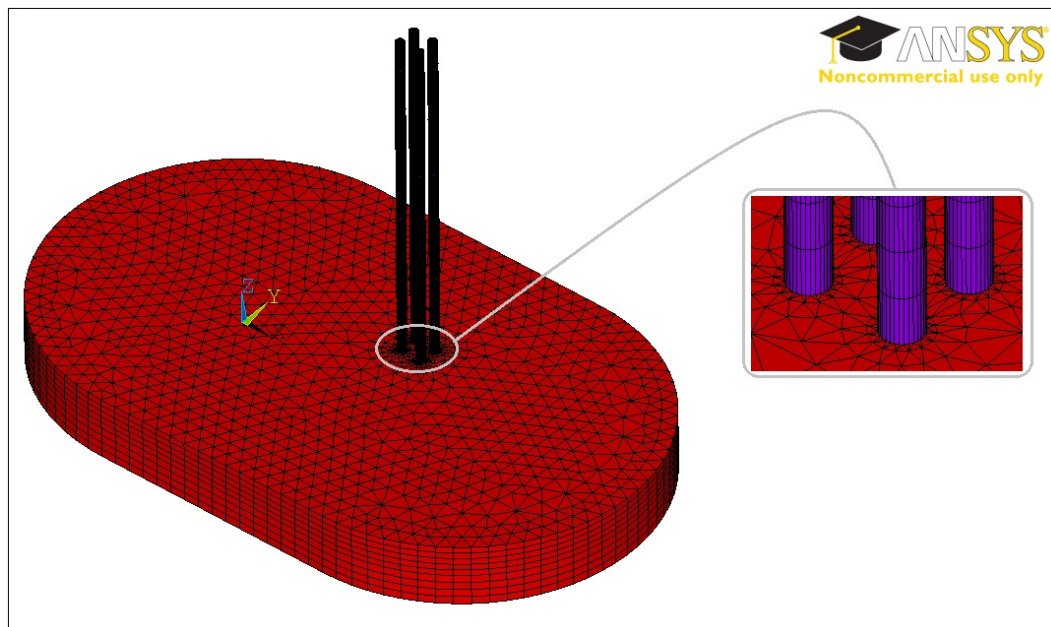
Tabulka 3.6: Rozsah úlohy.



Obr. 3.4: Geometrický model lidských jater a elektrod nástroje Habib® 4x s řezem v rovině $y - z$.



Obr. 3.5: Konečnoprvková síť oblasti okolí jater, elektrod a jaterní tkáně s detailem sítě průřezu elektrod.



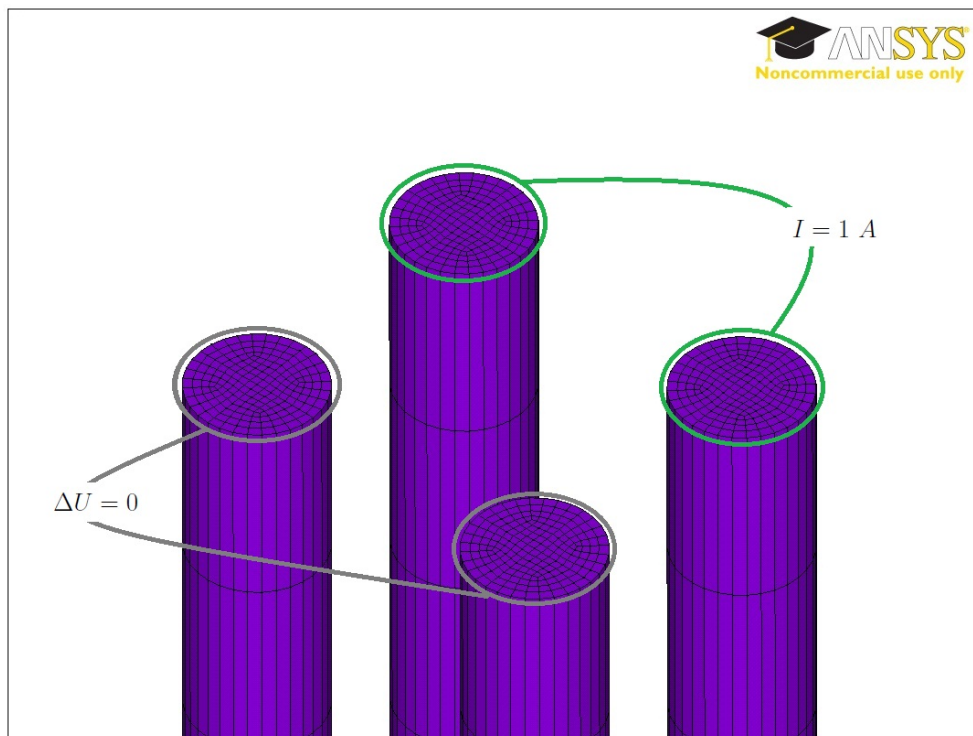
Obr. 3.6: Konečnoprvková síť jater a elektrod s detailem vpichu elektrod.

3.6 Aplikace zatížení

Pro elektromagnetickou analýzu potřebujeme aplikovat tři typy zatížení:

1. pro oblasti okolí jater Ω_1 , elektrod Ω_2 a jaterní tkáně Ω_3 je definována okrajová podmínka (na vnější plochy) nulového toku elektrické intenzity $\Phi = 0$;
2. zadání elektrického proudu I na vstupní průřezy elektrod. Hodnota elektrického proudu je: $I = 1 \text{ A}$;
3. nulový úbytek napětí $\Delta U = 0 \text{ V}$ na výstupní průřezy elektrod.

Aplikace elektrického proudu I a úbytku napětí ΔU na koncích elektrod je zobrazena na obrázku 3.7.



Obr. 3.7: Aplikace elektrického proudu I a úbytku napětí ΔU na koncích elektrod.

3.7 Nastavení analýzy

V nabídce programu ANSYS je vybrán typ analýzy a to: harmonická analýza. Budeme uvažovat jeden krok řešení s frekvencí $f = 460 \text{ kHz}$.

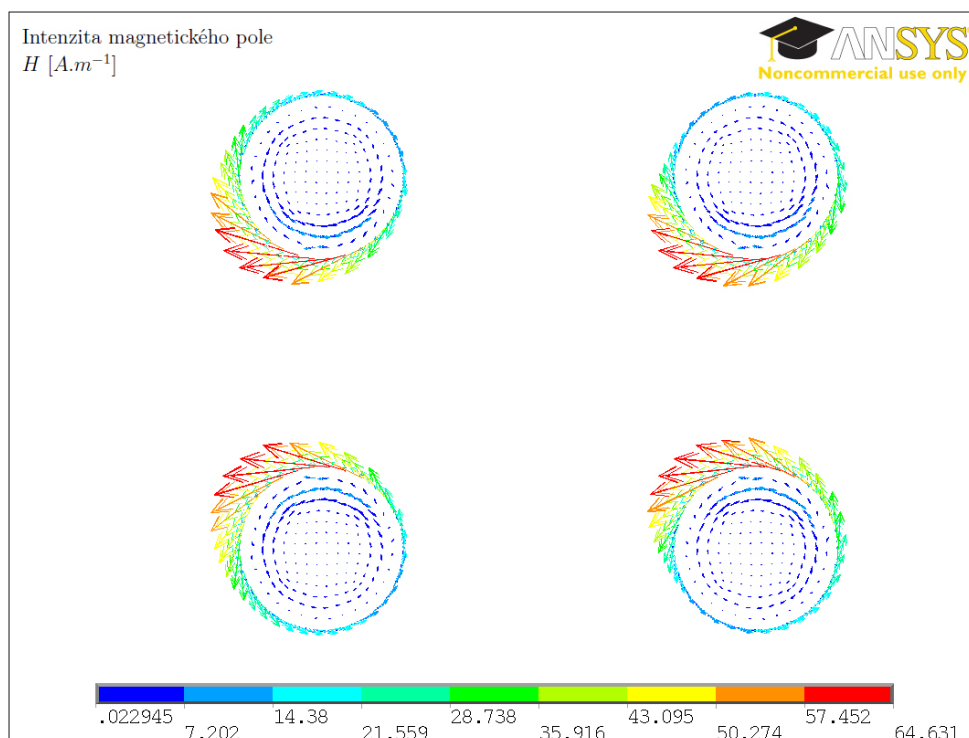
3.8 Výsledné hodnoty

V této sekci jsou uvedeny výsledné vektorové průběhy intenzity magnetického pole H a hustoty elektrického proudu I_ρ . Tyto dva průběhy jsou uvedeny pro elektrody a oblast vpichu v jaterní tkáni. Dále jsou uvedeny tepelné ztráty P pro elektrody a oblast jaterní tkáně.

3.8.1 Intenzita magnetického pole

Intenzita magnetického pole pro oblast elektrod

Výsledný vektorový průběh intenzity magnetického pole pro oblast elektrod je zobrazen na obrázku 3.8. Maximální hodnota intenzity magnetického pole pro oblast elektrod je: $H = 64,63 \text{ A.m}^{-1}$ a to v místech mezi elektrodami, což je způsobeno vzájemným ovlivněním a zesílením magnetických polí jednotlivých elektrod. Pro vektory intenzity magnetického pole \vec{H} platí Ampérovo pravidlo pravé ruky, tedy: palec pravé ruky definuje směr proudu a prsty definují směr indukčních čar.

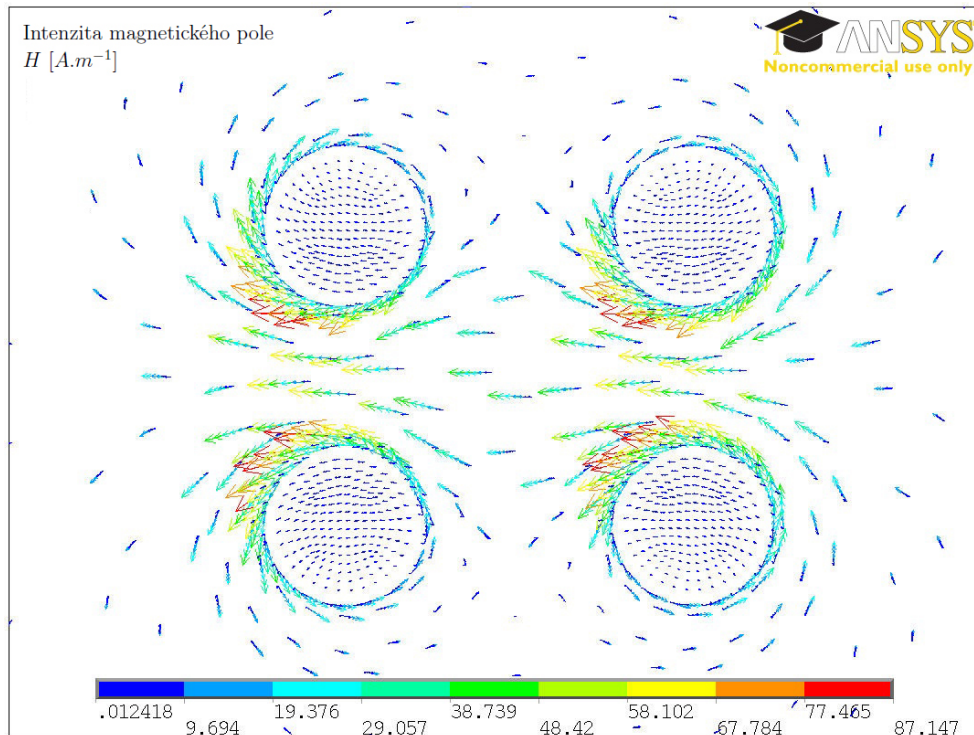


Obr. 3.8: Výsledný vektorový průběh intenzity magnetického pole H pro oblast elektrod (oblast nad jaterní tkání).

Intenzita magnetického pole pro oblast jater

Výsledný vektorový průběh intenzity magnetického pole pro oblast jaterní tkáně je zobrazen na obrázku 3.9, pohled z boku je na obrázku 3.10. Maximální

hodnota intenzity magnetického pole pro oblast jater je: $H = 84,15 \text{ A.m}^{-1}$.



Obr. 3.9: Výsledný vektorový průběh intenzity magnetického pole pro oblast jaterní tkáně (pohled shora na vpich elektrod).

3.8.2 Hustota elektrického proudu

Dle obrázku 3.11 je patrné, že maximální hodnoty proudové hustoty se vyskytují na povrchu elektrod. V tomto případě dochází ke vzniku tzv. *skin efektu*, přičemž dochází k vytlačování hustoty elektrického proudu na povrch elektrod. Vyskytuje-li se působení proudové hustoty na převážně na povrchu elektrod, tak by použité elektrody nemusely mít plný průřez a mohly by být duté. Tloušťku stěny určuje tzv. *hloubka průniku*, která se vypočte dle vztahu 3.1

$$\delta = \sqrt{\frac{R}{\pi f \mu}} \quad (3.1)$$

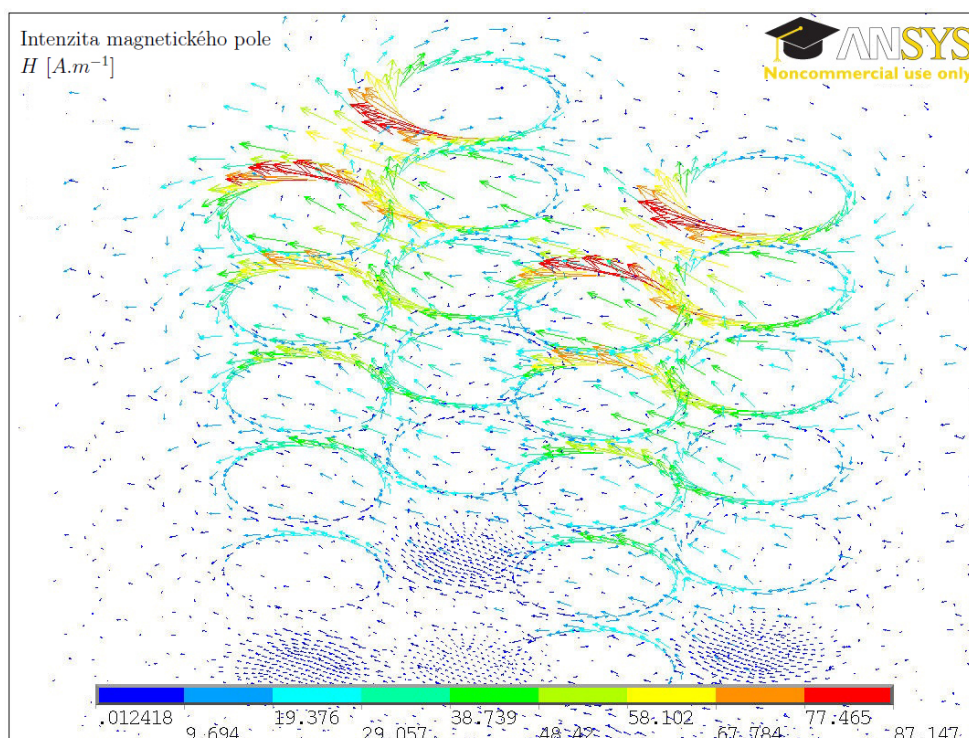
kde: R - elektrický odpor;

f - frekvence;

μ - permeabilita.

Permeabilitu určíme ze vztahu 3.2.

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \quad (3.2)$$



Obr. 3.10: Výsledný vektorový průběh intenzity magnetického pole pro oblast jaterní tkáně (trojrozměrný pohled).

kde: μ_r - relativní permeabilita. Pro nemagnetickou ocel je $\mu_r = 1 \text{ H.m}^{-1}$;
 μ_0 - permeabilita vakua, tedy: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$.

Dosadíme-li ze vztahu 3.2 do rovnice 3.1 obdržíme vztah 3.3 pro určení minimální tloušťky stěny.

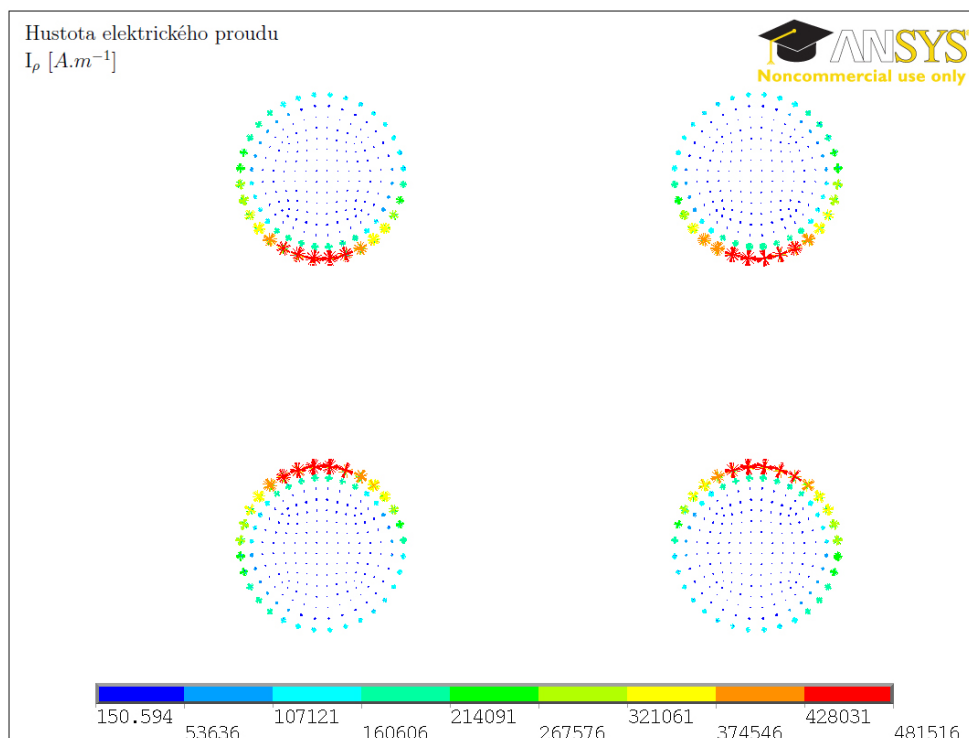
$$\delta = \sqrt{\frac{R}{\pi f \mu}} = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot 460000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 2,019 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (3.3)$$

Hustota elektrického proudu pro oblast elektrod

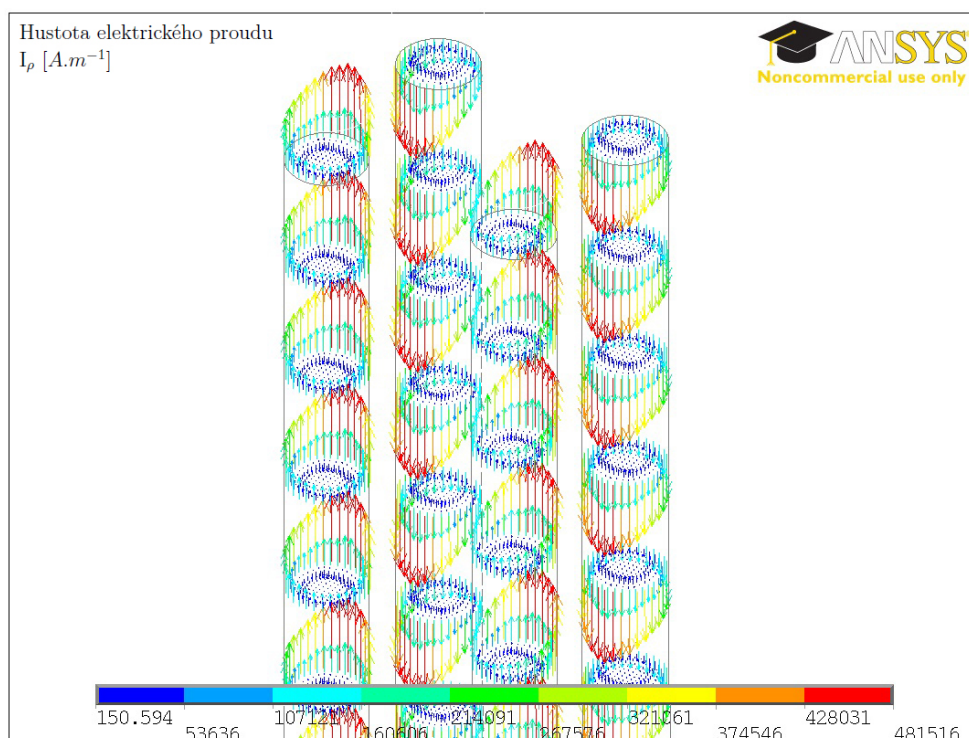
Výsledný vektorový průběh hustoty elektrického proudu je zobrazen na obrázku 3.11 (pohled shora na elektrody) a na obrázku 3.12 je trojrozměrný pohled. Maximální hodnota hustoty elektrického proudu pro oblast elektrod je: $I_\rho = 4,815 \cdot 10^5 \text{ A.m}^{-1}$.

Hustota elektrického proudu pro oblast jater

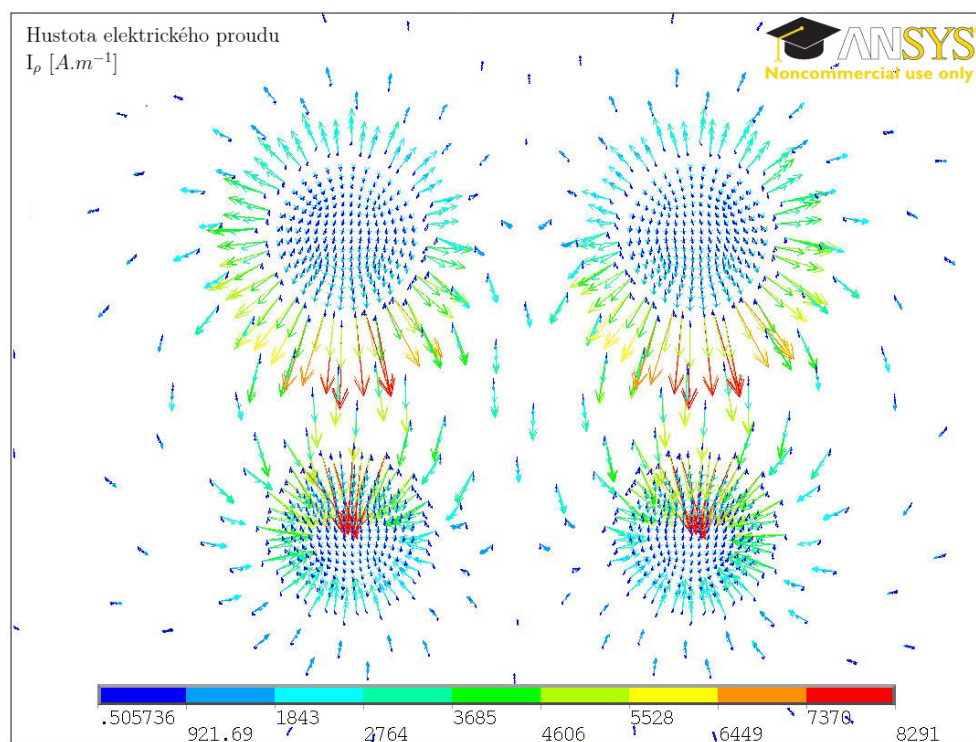
Výsledný vektorový průběh hustoty elektrického proudu je zobrazen na obrázku 3.13. Maximální hodnota hustoty elektrického proudu pro oblast jater je: $I_\rho = 8,291 \cdot 10^3 \text{ A.m}^{-1}$.



Obr. 3.11: Výsledný vektorový průběh hustoty elektrického proudu I_ρ pro oblast elektrod (oblast nad jaterní tkání; pohled shora na elektrody).



Obr. 3.12: Výsledný vektorový průběh hustoty elektrického proudu I_ρ pro oblast elektrod (oblast nad jaterní tkání; trojrozměrný pohled na elektrody).



Obr. 3.13: Výsledný vektorový průběh hustoty elektrického proudu pro oblast jater.

3.8.3 Výkon a napětí

Elektromagnetická analýza nabízí kalkulaci výsledného výkonu, který odpovídá tepelným ztrátám. Výsledný výkon pro oblast elektrod je: $P_{ef} = 3,486 \cdot 10^{-3} W$ a pro oblast jater je: $P_{ef} = 44,81 W$. Abychom mohli porovnat vypočtené napětí se zadaným napětím nástroje Habib® 4x (uvedeno v tabulce 3.2 na straně 32) je nutné si uvědomit, že pro harmonickou analýzu v programu ANSYS se zadávají maximální hodnoty veličin - amplitudy. Oproti tomu získaný výkon P_{ef} odpovídá efektivním hodnotám proudu a napětí. Užitím vztahu 3.4 můžeme určit maximální velikost (amplitudu) napětí na elektrodách.

$$U_{max} = 2 \left(\frac{P_{ef,\Omega_2} + P_{ef,\Omega_3}}{I_{max}} \right) = 2 \left(\frac{3,486 \cdot 10^{-3} + 44,81}{1} \right) = 89,63 V \quad (3.4)$$

kde: P_{ef,Ω_2} - efektivní hodnota výkonu pro oblast elektrod;

P_{ef,Ω_3} - efektivní hodnota výkonu pro oblast jaterní tkáně;

I_{max} - maximální hodnota (amplituda) elektrického proudu.

Nepřesnost, mezi vypočteným maximálním napětím $U_{max} = 89,63 V$ a zadaným napětím $U = 100 V$, je způsobena zejména hustotou konečnoprvkové sítě.

4 Teplotní analýza

V této kapitole je uvedena analýza teplotního pole simulace koagulace jater. Pro řešení této úlohy je opět použita metoda konečných prvků a výpočtový program ANSYS 11. Analýza navazuje na předchozí elektromagnetickou simulaci - totožné geometrické a konečnoprvkové modely oblastí elektrod Ω_2 a jaterní tkáň Ω_3 . Tepelné ztráty jsou načteny z elektromagnetické analýzy. Teplotní analýza je opět nezávislá na čase.

4.1 Typ prvku

Pro termální analýzu nabízí program ANSYS 40 typů prvku. V našem případě je zvolen prvek SOLID90, který je vhodný v případě použití prvku SOLID117 pro elektromagnetickou analýzu. Prvek SOLID90 má také 20 uzlů a každý uzel má 1 stupeň volnosti - teplotu.

4.2 Materiálové vlastnosti

Potřebná materiálová konstanta je totožná jak pro oblast elektrod, tak oblast jaterní tkáň. Jedná se o tepelnou vodivost λ . Hodnoty tepelné vodivosti λ pro dané oblasti Ω_i jsou uvedeny v tabulce 4.1. Tepelná vodivost pro elektrody (materiál 1.4404) je stanovena dle literatury [10] a pro játra je zvolena dle složení. Složení jater je z 95 % tvořeno vodou a je tedy stanovena hodnota tepelné vodivosti pro vodu.

Oblast Ω_i	Tepelná vodivost λ [$W.m^{-1}.\text{°C}^{-1}$]
Oblast elektrod Ω_2	14,6
Oblast jaterní tkáň Ω_3	0,6

Tabulka 4.1: Hodnoty tepelné vodivosti λ pro dané geometrické oblasti Ω_i .

4.3 Aplikace zatížení

4.3.1 Teplota

Pro oblasti Ω_i je nadefinována startovací teplota. Zvolené teploty jsou uvedeny v tabulce 4.2. Teplota je uvedena ve $^{\circ}\text{C}$, v programu ANSYS je potřeba zadat teplotu v Kelvinech.

Oblast Ω_i	Teplota T $^{\circ}\text{C}$
Oblast elektrod Ω_2	25
Oblast jaterní tkáň Ω_3	39

Tabulka 4.2: Hodnoty startovací teploty T pro dané geometrické oblasti Ω_i .

4.3.2 Součinitel přestupu tepla

Součinitel přestupu tepla α je definován pro elektrody a jaterní tkáň. Součinitel je uveden v tabulce 4.3. Součinitel přestupu tepla α lidských jater není známá hodnota a tedy se vychází ze složení jaterní tkáň. Tento součinitel je ale závislý na mnoha veličinách, např.: velikosti objektu, rychlosti šíření tepla v , tepelné vodivosti λ , měrné tepelné kapacity c , viskozitě η a hustotě ρ . Stanovená hodnota je tedy jen orientační a součinitel by spíše měl být určen na základě experimentu.

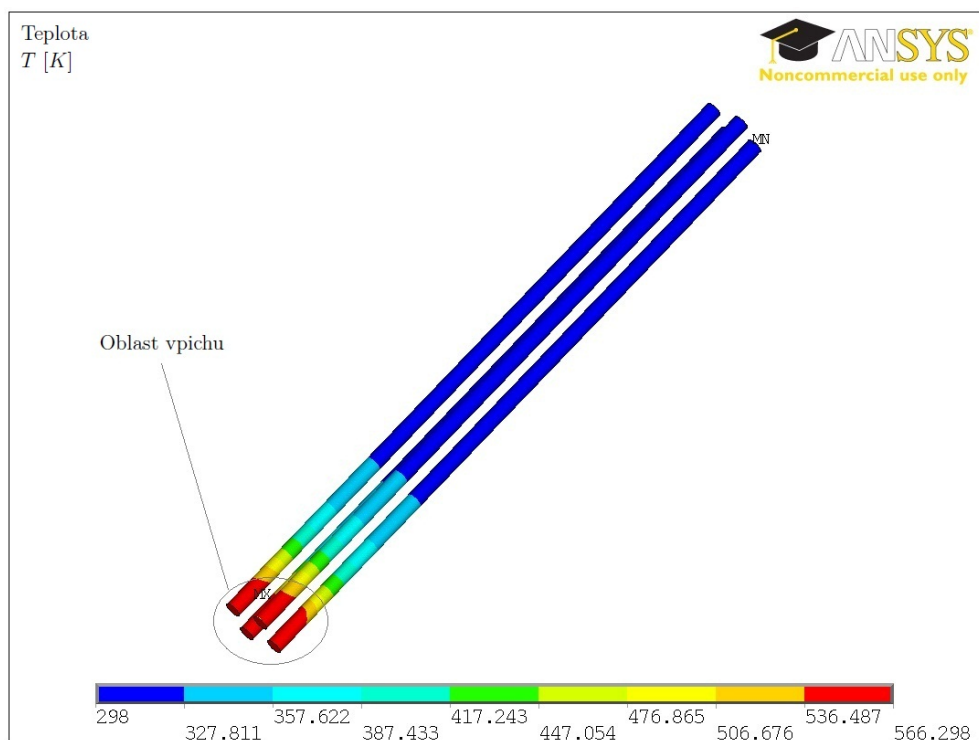
Oblast Ω_i	Součinitel přestupu tepla α $[\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}]$
Oblast elektrod Ω_2	2
Oblast jaterní tkáň Ω_3	5

Tabulka 4.3: Součinitel přestupu tepla α pro dané geometrické oblasti Ω_i .

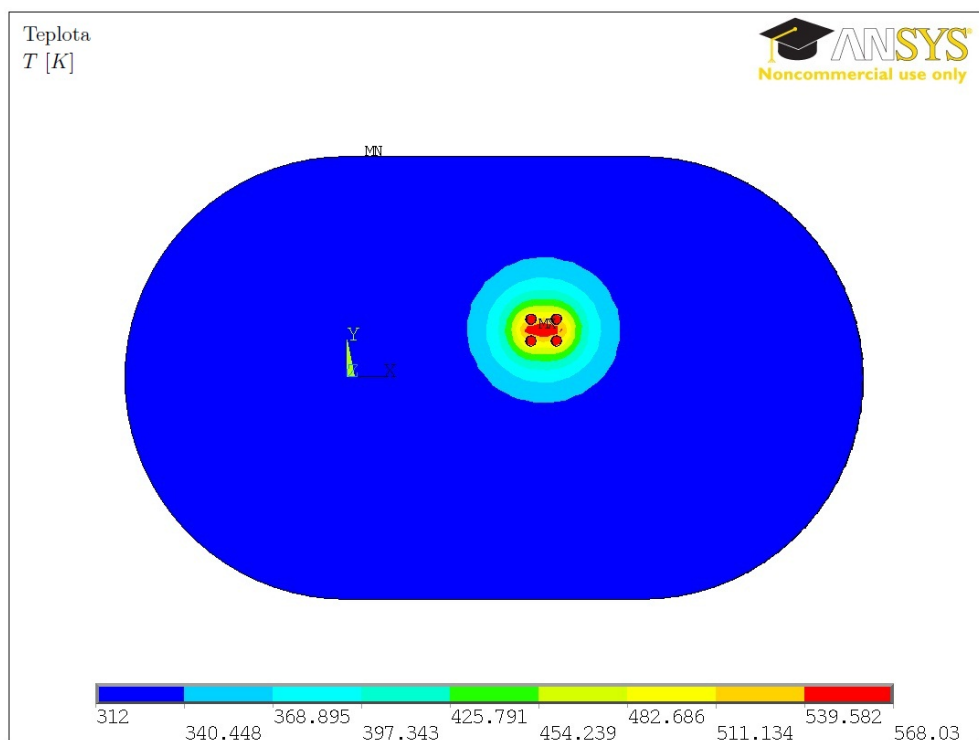
4.4 Výsledné hodnoty

V této sekci je uvedeno výsledné rozložení teploty v elektrodách a jaterní tkáni. Teplotní pole v oblasti elektrod je zobrazeno na obrázku 4.1. Teplotní pole v oblasti jater je zobrazeno na obrázku 4.2. Teplota T je na obrázcích uvedena v Kelvinech. V místě vpichu elektrod se nachází maximální teplota $T_{max} = 295$ $^{\circ}\text{C}$.

4 Teplotní analýza



Obr. 4.1: Výsledné rozložení teploty v elektrodách (boční pohled).



Obr. 4.2: Výsledné rozložení teploty v jaterní tkáni (pohled shora na vpich elektrod).

5 Závěrečné zhodnocení

Chirurgický zákrok do jaterní tkáně je velice nebezpečný a bezprostředně ohrožuje život pacienta. Nové operační metody, využívající koagulace a ablace živé tkáně, přinášejí méně radikální zákrok a snižují objem jaterní tkáně určený k resekci, což vede k rychlejší regeneraci tkáně. Zmíněné operační metody využívají ke koagulaci vysokofrekvenční nástroje. Tyto nástroje se liší zejména počtem a uspořádáním jehel (elektrod), což má vliv na efektivitu spalování tkáně. Předmětem diplomové práce bylo hlouběji porozumět problematice elektromagnetického pole zmiňovaného nástroje, které vzniká při koagulaci lidských jater a tím přinést bližší poznatky zejména o ovlivněné oblasti jater. Simulací koagulace jater tedy můžeme pozorovat např. rozložení intenzity magnetického pole, proudové hustoty a teploty nejen na povrchu, ale i uvnitř celého objemu jater. Na základě tohoto pozorování lze docílit optimalizace počtu použitých elektrod a jejich rozložení.

Pro bližší seznámení s problematikou elektromagnetického pole při simulaci koagulace jater, byla v této diplomové práci uvedena základní teorie týkající se anatomie a fyziologie lidských jater (viz. kapitola 1). V této kapitole bylo zmíněno i získání hodnoty elektrického odporu lidských jater R_l , která je důležitá pro uvedenou analýzu. V diplomové práci byla dále zmíněna teorie numerického modelování stacionárního elektromagnetického pole (viz. kapitola 2). Hlavní část této práce, numerická elektromagnetická analýza, je uvedena v třetí kapitole. Ověření správnosti výsledných hodnot této analýzy můžeme provést z několika aspektů.

Výsledný vektorový průběh intenzity elektromagnetického pole H pro oblast elektrod potvrzuje platnost Ampérova pravidla pravé ruky (viz. obrázek 3.8 na straně 40). Intenzita elektromagnetického pole vykazuje konstattní průběh v oblasti elektrod mimo jaterní tkáň. Výsledný vektorový průběh intenzity elektromagnetického pole H , uvnitř jaterní tkáně v oblasti vpichu elektrod, je zobrazen na obrázku 3.9 na straně 41 a trojrozměrně na obrázku 3.10 na straně 42.

Výsledný vektorový průběh hustoty elektrického proudu I_ρ pro oblast elektrod (viz. obrázky 3.11 a 3.12 na straně 43) ukazuje, že dochází k vytlačování proudové hustoty od středu na povrch elektrod a vzniká tzv. *skin efekt*, který

umožňuje určit minimální potřebnou tloušťku stěny elektrody. V našem případě byly použity elektrody nástroje Habib[®] 4x s průměrem elektrody 1,4 mm a minimální tloušťka stěny elektrody je dle vztahu 3.3 přibližně 0,2 mm. V tomto případě by se tedy dalo uvažovat o použití mezikruhového průřezu elektrod.

Z **výsledného výkonu**, pro oblast elektrod a jater, bylo vypočteno maximální napětí na elektrodách, které je: $U_{max} = 89,63 \text{ V}$. Výpočet je proveden dle rovnice 3.4 na straně 45. Vypočtené napětí je možno porovnat s parametrem použitého nástroje Habib[®] 4x, který má napětí na výstupu: $U = 100 \text{ V}$. Nepřesnost výsledku je přibližně 11 %, což rozhodně není zanedbatelná hodnota. Důvod této nepřesnosti byl zjištěn a jedná se o volbu hustoty konečnoprvkové sítě. Tedy menší procentuelní nepřesnosti by bylo dosaženo zvýšením jemnosti konečnoprvkové sítě v oblasti vpichu elektrod do jaterní tkáně. Použitá hustota konečnoprvkové sítě je složena z téměř půl milionu uzlů (přesná hodnota je uvedena na straně 36). Nepřesnost je také ovlivněna zjednodušením tvaru elektrod, kde nejsou uvažovány hroty elektrod z důvodu úspory konečnoprvkových uzlů. Vliv na méně přesný výsledek mají i zadané materiálové vlastnosti jak pro oblast elektrod, tak pro oblast jaterní tkáně.

Na základě elektromagnetické analýzy byla následně provedena teplotní analýza. Nejvyšší ohřev jaterní tkáně probíhá v místě vpichu mezi elektrodami a maximální teplota je přibližně $T_{max} = 295 \text{ °C}$ (viz. obrázek 4.2). Ve skutečnosti se pohybuje ohřev tkáně přibližně do 70 °C. Tato nesrovnalost je způsobena kombinací použití harmonické elektromagnetické analýzy a statické termální analýzy, kde materiálové konstanty jsou konstantní s časem. V tomto případě má jaterní tkáň nezávisle na čase stále stejný elektrický odpor. Maximální teplota ohřevu jaterní tkáně sice nesouhlasí, ale teplotní pole koreluje se snímkami získanými termokamerou použité při experimentu. Na zmíněné analýzy by bylo vhodné navázat další práci se zaměřením na transientní analýzu, kde by byly uvažované časově proměnné materiálové vlastnosti. Dále by bylo vhodné se zaměřit na použití tzv. vázaného pole, přičemž by docházelo k vzájemnému ovlivňování mezi elektromagnetickou a teplotní analýzou a tím by bylo možno uvažovat variabilní materiálové vlastnosti.

Literatura

- [1] TROJAN, Stanislav, et al. *Lékařská fyziologie*. Praha : Grada Publishing, 2003. 772 s. ISBN 80-247-0512-5.
- [2] ČIHÁK, Radomír. *Anatomie 2 : Druhé, upravené a doplněné vydání*. Praha : Grada Publishing, 2002. 488 s. ISBN 80-247-0143-X.
- [3] KOPEČNÝ, Jan. *Fyzika II a Elektromagnetické pole*. Ostrava : VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2000. 249 s. ISBN 80-7078-785-6.
- [4] MAYER, Daniel; ULRYCH, Bohuš. *Základy numerického řešení elektrických a magnetických polí*. Praha : SNTL, 1988. 208 s. ISBN 04-528-88.
- [5] ANSYS, Inc. *ANSYS Release 11 Documentation*. [s.l.] : SAP IP, 2007 [cit. 2010-05-15]. V elektronické podobě dostupné jako součást instalace programu ANSYS 11.
- [6] HÁLEK, Jan. *Biofyzika pro bakaláře*. Olomouc : Vydavatelství Univerzity Palackého, 1996. 213 s. ISBN 80-7067-663-9.
- [7] BRONZINO, Joseph D. *The Biomedical Engineering Handbook, Second Edition*. Boca Raton : CRC Press LLC, 2000. 3189 s. ISBN 978-0-8493-8594-0.
- [8] PENHAKER, Marek. *Projekt RONJA : Radiofrekvenční operačního nástroj jaterní ablace*. Ostrava, 2009. 24 s. VŠB-Technická univerzita Ostrava, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Katedra měřicí a řídicí techniky. Dostupné v elektronické podobě.
- [9] FÜRBAACHER, Ivan; MACEK, Karel; STEIDL, Josef. *Lexikon technických materiálů 3.5*. Praha : Verlag Dashöfer nakladatelství, s.r.o., 2004. 3170 s.
- [10] ČÍHAL, Vladimír. *Korozivzdorné oceli a slitiny*. Praha : Academia, 1999. 438 s. ISBN 80-200-0671-0.
- [11] HAEMMERICH, Dieter, et al. Changes in electrical resistivity of swine liver after occlusion and postmortem. In *Medical & Biological Engineering & Computing : Vol.40*. United Kingdom : IFMBE, 2002 [cit. 2010-05-15]. Dostupné z WWW: <http://www.springerlink.com/content/r13466t5rr17j11w/>.

- [12] POSPÍŠIL, Jaroslav. *Kmity a vlnění II* [online] Olomouc : UP Olomouc, 1981 [cit. 2010-05-15]. Dostupné z WWW: <http://www.opto.cz/book/book.phtml?book=pospisilii#PAGEt000>.
- [13] KUPHALDT, Tony, R. *Lessons In Electric Circuits, Volume I* [online]. [s.l.] : [s.n.], 2006 [cit. 2010-05-15]. Dostupné z WWW: http://www.allaboutcircuits.com/vol_1/chpt_8/9.html.
- [14] *Cattus Rita Medical* [online]. 2009 [cit. 2010-05-15]. RITA RF Generator Specifications. Dostupné z WWW: http://www.cattus-ritamedical.com/pdf/Model_1500X_Generator.pdf.